

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ С.А. ЕСЕНИНА»

Утверждаю:  
Декан физико-математического  
 факультета  
Н.Б. Федорова  
«30» августа 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Вариационное исчисление и методы оптимизации»**

Уровень основной профессиональной образовательной программы:  
**магистратура**

Направление подготовки: **01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки: **Математические методы в экономике**

Форма обучения: **очная**

Срок освоения ОПОП: **нормативный – 2 года**

Факультет: **физико-математический**

Кафедра: **математики и методики преподавания математических дисциплин**

Рязань 2019

## **ВВОДНАЯ ЧАСТЬ**

### **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Вариационное исчисление и методы оптимизации» являются:

- Формирование общекультурных (ОК), общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций, в соответствии и с требованиями ФГОС ВО.
- Овладение методикой исследования математических моделей, полученных при изучении экономических процессов.
- Формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовки учащихся по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации», овладение вариационными и оптимационными методами исследования экономических процессов.
- Формирование умения получать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек и реферативных журналов.
- Приобретение необходимых знаний и умений, которые потребуются магистрантам для выполнения научной работы.
- Обеспечение качественной подготовки квалифицированных конкурентоспособных специалистов по применению математических методов исследования экономических процессов, преподавателей высшей школы.

### **2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры.**

**2.1.** Дисциплина **Б1.В.ОД.2. «Вариационное исчисление и методы оптимизации»** относится к вариативной части Блока 1 (обязательные дисциплины).

**2.2.** Для изучения учебной дисциплины необходимы следующие предшествующие дисциплины, входящие в программу подготовки магистра по направлению «Математика»:

- Математический анализ и его приложение к экономике,

Также необходимы навыки самостоятельного изучения доступной математической теории и анализа конкретных математических задач.

Данная учебная дисциплина использует знания, умения и владения, формируемые параллельно изучаемыми дисциплинами:

- Математические основы исследования динамических процессов в экономике,
- Качественный анализ математических моделей экономических процессов,
- Математические методы исследования устойчивого развития

экономической системы.

**2.3.** Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

- Оптимальное управление экономическими процессами,
- Математические модели в экономике,
- Динамические модели в экономике,
- Научно-исследовательская работа с семинаром,
- Преддипломная практика,
- Магистерская диссертация,
- Государственная итоговая аттестация (государственный экзамен).

## **2.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих общекультурных (ОК), общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций:

№ п/п	Номер/индекс компетенции	Содержание компетенции	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			Знать	Уметь	Владеть
1.	OK-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	1) основные понятия математики, 2) методы математических рассуждений, 3) алгоритмы решения стандартных задач	1) логически обосновывать свою точку зрения, 2) доказывать математические утверждения, 3) применять имеющиеся знания к выбору метода решения поставленной задачи	1) навыками анализа и обобщения информации, 2) навыками проведения строгих математических рассуждений, 3) навыками решения стандартных задач
2.	OK-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	1. Методы освоения новой информации, 2. Методы математических рассуждений, 3. Алгоритмы решения стандартных задач 4. Способы получения математического результата 5. Базовые знания в области фундаментальных разделов математики в объёме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности	1. Самостоятельно математически корректно ставить научные задачи, 2. Проводить строгие математические рассуждения 3. Применять полученные знания к выбору метода решения поставленной задачи 4. Подбирать специализированную литературу	1. Навыками анализа и обобщения информации. 2. Навыками поиска информации в периодических изданиях и сети Интернет 3. Методами математического исследования
3.	ОПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной	1) основные факты современной фундаментальной математики в области вариационного исчисления, 2) методы решения задач, 3) методы сбора и обработки информации	1) строить аналогии между реальными процессами и математическими зависимостями, 2) применять имеющиеся знания к выбору метода решения поставленной задачи 3) математически грамотно систематизировать и обрабатывать	1) навыками поиска информации в периодических изданиях и сети Интернет, 2) навыками работы со специализированной литературой, 3) навыками решения задач, 4) навыками математических

		и прикладной математики		экспериментальные данные, 4) формулировать цель и задачи исследования	доказательств
4.	ОПК-2	способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	1) теоретические и методологические основы построения математических моделей, 2) методы конструирования математических моделей, 3) методы исследования математических моделей	1) строить аналогии между реальными процессами и математическими зависимостями, 2) применять имеющиеся знания к отбору значимых факторов, 3) привлекать знания естественных наук для построения моделей	1) методами сбора и обработки информации, 2) навыками логического обоснования предположений математической модели, 3) методами математического исследования
5.	ОПК-4	готовность к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности	1. Законы логики и аргументации 2. Правила построения научного выступления 3. Правила построения письменного научного отчёта	1. Математически корректно и грамотно излагать математическую теорию. 2. Оперированием знаниями в своей практической деятельности 3. Формулировать цель и задачи исследования	1) навыками работы с аудиторией 2) навыками изучения методической и специальной литературы, 3) навыками планирования и структурирования научного доклада 4) навыками проведения доказательств
6.	ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе	1. Принципы математического исследования 2. Способы получения математического результата 3. Базовые знания в области теории вариационного исчисления	1. Самостоятельно находить необходимую математическую теорию для исследования проблем, 2. Планировать научно-исследовательскую работу 3. Формулировать цель и задачи исследования	1. Навыками работы со специализированной литературой. 2. Навыками самооценки своей учебно-познавательной деятельности 3. Методами математического исследования
7.	ПК-3	способность публично представить собственные новые научные результаты	1) основные методы изложения научных знаний 2) законы логики и аргументации, 3) принципы ведения математической дискуссии,	1) корректно, методически грамотно и доступно изложить результаты исследований, 2) подбирать примеры, иллюстрирующие результаты исследований,	1) навыками работы с аудиторией 2) навыками изучения методической и специальной литературы, 3) навыками планирования и

				3) наглядно и грамотно оформлять результаты исследований	структурирования научного доклада
8.	ПК-10	способность к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных организациях, профессиональных общеобразовательных организациях и организациях дополнительного образования	1) основные понятия и факты теории вариационного исчисления, 2) методы математических рассуждений, 3) алгоритмы решения стандартных задач, 4) законы логики и аргументации	1) корректно, методически грамотно изложить математическую теорию, 2) научить доказывать математические утверждения, 3) научить решать стандартные математические задачи 4) планировать учебное занятие, 5) подбирать примеры для закрепления материала	1) навыками проведения строгих математических рассуждений 2) навыками изучения методической и специальной литературы, 3) навыками решения задач 4) навыками работы с аудиторией
9.	ПК-12	способность к проведению методических и экспертных работ в области математики	1) необходимую математическую теорию по дисциплине, 2) классификацию математических моделей, 3) методы исследования математических моделей	1) подбирать специальную литературу, 2) корректно и логически обоснованно устно и письменно излагать свою точку зрения, 3) подбирать методы изученной теории к проведению методических и экспертных работ в области математики	1) навыками освоения новой математической теории, 2) навыками решения задач вариационного исчисления, достаточными для проведения экспертных работ в данной области 3) навыками проведения доказательств

## 2.5. Карта компетенций дисциплины.

КАРТА КОМПЕТЕНЦИЙ ДИСЦИПЛИНЫ	
НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ: Вариационное исчисление и методы оптимизации	
Цель дисциплины	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Формирование общекультурных (ОК), общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций, в соответствии и с требованиями ФГОС ВО.</li> <li>- Овладение методикой исследования математических моделей, полученных при изучении экономических процессов.</li> <li>- Формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовки учащихся по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации», овладение вариационными и оптимизационными методами исследования экономических процессов.</li> <li>- Формирование умения получать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек и реферативных журналов.</li> <li>- Приобретение необходимых знаний и умений, которые потребуются магистрантам для выполнения научной работы.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Обеспечение качественной подготовки квалифицированных конкурентоспособных специалистов по применению математических методов исследования экономических процессов, преподавателей высшей школы.</li> </ul>
--	--

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие

**Общекультурные компетенции:**

<b>КОМПЕТЕНЦИИ</b>		<b>Перечень компонентов</b>	<b>Технологии формирования</b>	<b>Форма оценочного средства</b>	<b>Уровни освоения компетенций</b>
<b>ИНДЕКС</b>	<b>ФОРМУЛИРОВКА</b>				
OK-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	<b>Знать</b> 1) основные понятия математики, 2) методы математических рассуждений, 3) алгоритмы решения стандартных задач <b>Уметь</b> 1) логически обосновывать свою точку зрения, 2) доказывать математические утверждения, 3) применять имеющиеся знания к выбору метода решения поставленной задачи <b>Владеть</b> 1) навыками анализа и обобщения информации, 2) навыками проведения строгих математических рассуждений, 3) навыками решения стандартных задач	Лекции, практические занятия, выполнение домашних работ и индивидуальных заданий, самостоятельная работа	Собеседование, Индивидуальное домашнее задание, доклад, зачёт	<b>Пороговый</b> Способен применить знания, умения и владения для решения хорошо сформулированной задачи. <b>Повышенный</b> Способен применить знания, умения и владения для самостоятельного поиска, формулировки и решения проблемы
OK-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	<b>Знать</b> 1. Методы освоения новой информации, 2. Методы математических рассуждений, 3. Алгоритмы решения стандартных задач	Лекции, практические занятия, выполнение домашних работ и индивидуальных заданий,	Собеседование, Индивидуальное домашнее задание, доклад, зачёт	<b>Пороговый</b> Способен применить знания, умения и владения для решения хорошо сформулированной задачи. <b>Повышенный</b> Способен применить знания,

		<p>3. Способы получения математического результата</p> <p>4. Базовые знания в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности</p> <p><b>Уметь</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Самостоятельно математически корректно ставить научные задачи,</li> <li>2. Проводить строгие математические рассуждения</li> <li>3. Применять полученные знания к выбору метода решения поставленной задачи</li> <li>4. Подбирать специализированную литературу</li> </ol> <p><b>Владеть</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками анализа и обобщения информации.</li> <li>2. Навыками поиска информации в периодических изданиях и сети Интернет</li> <li>3. Методами математического исследования</li> </ol>	самостоятельная работа		умения и владения для самостоятельного поиска, формулировки и решения проблемы
--	--	--	------------------------	--	--

#### Общепрофессиональные компетенции:

КОМПЕТЕНЦИИ		Перечень компонентов	Технологии формирования	Форма оценочного средства	Уровни освоения компетенций
ИНДЕКС	ФОРМУЛИРОВКА				
ОПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и	<p><b>Знать</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) основные факты современной фундаментальной математики в области оптимального управления,</li> <li>2) методы решения задач,</li> <li>3) методы сбора и обработки информации</li> </ol> <p><b>Уметь</b></p>	Лекции, практические занятия, выполнение домашних работ и индивидуальных заданий, самостоятельная	Собеседование, Индивидуальное домашнее задание, доклад, зачёт	<p><b>Пороговый</b> Способен применить знания, умения и владения для решения хорошо сформулированной задачи.</p> <p><b>Повышенный</b> Способен применить знания, умения и владения для</p>

	прикладной математики	<p>1) строить аналогии между реальными процессами и математическими зависимостями,</p> <p>2) применять имеющиеся знания к выбору метода решения поставленной задачи</p> <p>3) математически грамотно систематизировать и обрабатывать экспериментальные данные,</p> <p>4) формулировать цель и задачи исследования</p> <p><b>Владеть</b></p> <p>1) навыками поиска информации в периодических изданиях и сети Интернет,</p> <p>2) навыками работы со специализированной литературой,</p> <p>3) навыками решения задач,</p> <p>4) навыками математических доказательств</p>	работа		самостоятельного поиска, формулировки и решения проблемы
ОПК-2	способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	<p><b>Знать</b></p> <p>1) теоретические и методологические основы построения математических моделей,</p> <p>2) методы конструирования математических моделей,</p> <p>3) методы исследования математических моделей</p> <p><b>Уметь</b></p> <p>1) строить аналогии между реальными процессами и математическими зависимостями,</p> <p>2) применять имеющиеся знания к отбору значимых факторов,</p> <p>3) привлекать знания естественных наук для построения моделей</p> <p><b>Владеть</b></p>	<p>Лекции, практические занятия, выполнение домашних работ и индивидуальных заданий, самостоятельная работа</p>	<p>Собеседование, Индивидуальное домашнее задание, доклад, зачёт</p>	<p><b>Пороговый</b> Способен применить знания, умения и владения для решения хорошо сформулированной задачи или предложенной математической модели</p> <p><b>Повышенный</b> Способен применить знания, умения и владения для самостоятельного поиска, формулировки и решения проблемы, построения математической модели и её исследования.</p>

		<p>1) методами сбора и обработки информации,</p> <p>2) навыками логического обоснования предположений математической модели,</p> <p>3) методами математического исследования</p>			
ОПК-4	готовность к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности	<p><b>Знать</b></p> <p>1. Законы логики и аргументации</p> <p>2. Правила построения научного выступления</p> <p>3. Правила построения письменного научного отчёта</p> <p><b>Уметь</b></p> <p>1. Математически корректно и грамотно излагать математическую теорию.</p> <p>2. Оперировать знаниями в своей практической деятельности</p> <p>3. Формулировать цель и задачи исследования</p> <p><b>Владеть</b></p> <p>1) навыками работы с аудиторией</p> <p>2) навыками изучения методической и специальной литературы,</p> <p>3) навыками планирования и структурирования научного доклада</p> <p>4) навыками проведения доказательств</p>	<p>Лекции, практические занятия, выполнение домашних работ и индивидуальных заданий, самостоятельная работа</p>	<p>Собеседование, Индивидуальное домашнее задание, доклад, зачёт</p>	<p><b>Пороговый</b> Способен применить знания, умения и владения для решения хорошо сформулированной задачи или предложенной математической модели, представить результаты своих исследований в виде статьи, письменного отчёта или доклада</p> <p><b>Повышенный</b> Способен применить знания, умения и владения для самостоятельного поиска, формулировки и решения проблемы, построения математической модели и её исследования, представить результаты своих исследований в виде статьи, письменного отчёта или доклада</p>

#### Профессиональные компетенции:

КОМПЕТЕНЦИИ		Перечень компонентов	Технологии формирования	Форма оценочного средства	Уровни освоения компетенций
ИНДЕКС	ИНДЕКС				
ПК-1	способность к интенсивной научно-	<p><b>Знать</b></p> <p>1. Принципы математического исследования</p>	<p>Лекции, практические занятия,</p>	<p>Собеседование, Индивидуальное домашнее задание,</p>	<p><b>Пороговый</b> Способен применить знания, умения и владения для</p>

	исследовательской работе	<p>2. Способы получения математического результата 3. Базовые знания в области теории вариационного исчисления</p> <p><b>Уметь</b></p> <p>1. Самостоятельно находить необходимую математическую теорию для исследования проблем, 2. Планировать научно-исследовательскую работу 3. Формулировать цель и задачи исследования</p> <p><b>Владеть</b></p> <p>1. Навыками работы со специализированной литературой. 2. Навыками самооценки своей учебно-познавательной деятельности 3. Методами математического исследования</p>	выполнение домашних работ и индивидуальных заданий, самостоятельная работа	доклад, зачёт	<p>решения хорошо сформулированной задачи, умеет включиться в исследовательский процесс в качестве исполнителя.</p> <p><b>Повышенный</b></p> <p>Способен применить знания, умения и владения для самостоятельного поиска, формулировки и решения проблемы</p>
ПК-3	способность публично представить собственные новые научные результаты	<p><b>Знать</b></p> <p>1) основные методы изложения научных знаний 2) законы логики и аргументации, 3) принципы ведения математической дискуссии,</p> <p><b>Уметь</b></p> <p>1) корректно, методически грамотно и доступно изложить результаты исследований, 2) подбирать примеры, иллюстрирующие результаты исследований, 3) наглядно и грамотно оформлять результаты исследований</p> <p><b>Владеть</b></p> <p>1) навыками работы с аудиторией 2) навыками изучения методической и</p>	Лекции, практические занятия, выполнение домашних работ и индивидуальных заданий, самостоятельная работа	Собеседование, Индивидуальное домашнее задание, доклад, зачёт	<p><b>Пороговый</b></p> <p>Способен применить знания, умения и владения для решения чётко поставленной задачи, грамотно объяснить каждый этап решения, составить письменный отчёт и презентацию</p> <p><b>Повышенный</b></p> <p>Способен применить знания, умения и владения для самостоятельного поиска, формулировки и решения проблемы, грамотно и логично объяснить каждый этап своего исследования, составить письменный отчёт и презентацию</p>

		специальной литературы, 3) навыками планирования и структурирования научного доклада			
ПК-10	способность к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных организациях, профессиональных общеобразовательных организациях и организациях дополнительного образования	<p><b>Знать</b></p> <p>1) основные понятия и факты теории вариационного исчисления, 2) методы математических рассуждений, 3) алгоритмы решения стандартных задач, 4) законы логики и аргументации</p> <p><b>Уметь</b></p> <p>1) корректно, методически грамотно изложить математическую теорию, 2) научить доказывать математические утверждения, 3) научить решать стандартные математические задачи 4) планировать учебное занятие, 5) подбирать примеры для закрепления материала</p> <p><b>Владеть</b></p> <p>1) навыками проведения строгих математических рассуждений 2) навыками изучения методической и специальной литературы, 3) навыками решения задач 4) навыками работы с аудиторией</p>	Лекции, практические занятия, выполнение домашних работ и индивидуальных заданий, самостоятельная работа	Собеседование, Индивидуальное домашнее задание, доклад, зачёт	<p><b>Пороговый</b> Способен применить знания, умения и владения для решения чётко поставленной задачи и грамотно объяснить каждый этап решения</p> <p><b>Повышенный</b> Способен применить знания, умения и владения для разработки практического занятия в рамках теории вариационного исчисления</p>
ПК-12	способность к проведению методических и экспертных работ в области математики	<p><b>Знать</b></p> <p>1) необходимую математическую теорию по дисциплине, 2) классификацию математических моделей, 3) методы исследования математических моделей</p> <p><b>Уметь</b></p> <p>1) подбирать специальную литературу,</p>	Лекции, практические занятия, выполнение домашних работ и индивидуальных заданий, самостоятельная работа	Собеседование, Индивидуальное домашнее задание, доклад, зачёт	<p><b>Пороговый</b> Способен применить знания, умения и владения для проведения методических и экспертных работ в условиях хорошо сформулированного задания.</p> <p><b>Повышенный</b> Способен применить знания,</p>

		<p>2) корректно и логически обоснованно устно и письменно излагать свою точку зрения,</p> <p>3) подбирать методы изученной теории к проведению методических и экспертных работ в области математики</p> <p><b>Владеть</b></p> <p>1) навыками освоения новой математической теории,</p> <p>2) навыками решения задач вариационного исчисления, достаточными для проведения экспертных работ в данной области</p> <p>3) навыками проведения доказательств</p>			умения и владения для проведения методических и экспертных работ в условиях нечёткого задания или самостоятельного выбора проблемы
--	--	---	--	--	--

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр № 2 всего часов
<b>1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)</b>	<b>34</b>	<b>34</b>
В том числе:		
Лекции (Л)	16	16
Практические занятия (ПЗ), семинары (С)	18	18
Лабораторные работы (ЛР)	-	-
<b>2. Самостоятельная работа студента (всего)</b>	<b>38</b>	<b>38</b>
В том числе		
Курсовая работа	КП КР	- -
<b>CPC в семестре</b>	<b>38</b>	<b>38</b>
Изучение основной и дополнительной литературы.		
Проработка лекционного материала.	7	7
Выполнение индивидуальных домашних заданий	12	12
Подготовка доклада	9	9
Подготовка к практическим занятиям.	7	7
Подготовка к зачету.	3	3
<b>CPC в период сессии</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
Вид промежуточной аттестации	зачет (З) экзамен (Э)	Зачёт - -
<b>ИТОГО: общая трудоемкость</b>	<b>часов</b> <b>зач. ед.</b>	<b>72</b> <b>2</b>

## 2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Содержание разделов учебной дисциплины

№ семестра	№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
2	1	Функционалы. Функциональные пространства	Определение функционала. Примеры функционала. Построение функционалов качества (линейных и квадратичных). Линейные нормированные пространства. Пространства $C_{[a,b]}$ , $D_{1[a,b]}$ .
	2	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала	Определение линейного функционала. Примеры линейных функционалов. Условия обращения в ноль линейных функционалов. Необходимые условия экстремума функционала.
	3	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами	Уравнение Эйлера. Частные виды уравнения Эйлера. Примеры. Условия разрешимости задачи со свободными концами.
	4	Изопериметрическая задача. Условный экстремум	Теорема о существовании экстремума функционала, заданного на множестве функций, на котором специальный функционал имеет постоянное значение. Необходимое условие экстремума функционала,

		определенного на множестве функций, удовлетворяющих уравнению связи. Примеры.
5	Вариационные задачи с подвижными концами	Формула вариации функционала с подвижными концами. Условие экстремума. Условие трансверсальности. Примеры.
6	Квадратичный функционал. Вторая вариация	Определение квадратичного функционала. Положительно определенный квадратичный функционал. Формула для второй вариации. Условие Лежандра. Достаточное условие экстремума. Неравенство Коши-Буняковского.
7	Методы оптимизации	Задача нелинейного программирования. Условная оптимизация. Функции Лагранжа. Безусловная оптимизация. Метод наименьших квадратов.

## 2.2. Разделы учебной дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля

№ семестра	№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
			Л	ЛР	ПЗ	СРС	всего	
2	1	Функционалы. Функциональные пространства	2	-	3	5	10	2 неделя – собеседование, 3 неделя – доклад
	2	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала	3	-	3	5	11	4 неделя – доклад 5 неделя – собеседование
	3	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами	2	-	3	5	10	7 неделя – собеседование, 8 неделя – индивидуальное домашнее задание
	4	Изопериметрическая задача. Условный экстремум	3	-	2	5	10	9 неделя – собеседование, 10 неделя – индивидуальное домашнее задание
	5	Вариационные задачи с подвижными концами	2	-	2	5	9	11 неделя – собеседование, 12 неделя – индивидуальное домашнее задание
	6	Квадратичный функционал. Вторая вариация	2	-	2	5	9	17 неделя – собеседование, 18 неделя – индивидуальное домашнее задание
	7	Методы оптимизации	2		3	5	10	19 неделя – собеседование 20 неделя – доклад
		Разделы дисциплины №1-№7	-	-	-	3	3	(21 неделя) ПрАт зачет
		ИТОГО за семestr	16	-	18	38	72	

Примечание. Недели 13–16 – учебная практика.

2.3. Лабораторный практикум: не предусмотрена.

2.4. Примерная тематика курсовых работ: не предусмотрены.

### 3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА

#### 3.1. Виды СРС

<b>№ семестра*</b>	<b>№ раздела*</b>	<b>Наименование раздела учебной дисциплины</b>	<b>Виды СРС</b>	<b>Всего часов</b>
2	1	Функционалы. Функциональные пространства	Изучение основной и дополнительной литературы. Проработка лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка доклада	1 1 3
2	2	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала	Изучение основной и дополнительной литературы. Проработка лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка доклада	1 1 3
2	3	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами	Изучение основной и дополнительной литературы. Проработка лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуальных домашних заданий.	2 1 3
2	4	Изопериметрическая задача. Условный экстремум	Изучение основной и дополнительной литературы. Проработка лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуальных домашних заданий.	1 1 3
2	5	Вариационные задачи с подвижными концами	Изучение основной и дополнительной литературы. Проработка лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуальных домашних заданий.	1 1 3
2	6	Квадратичный функционал. Вторая вариация	Изучение основной и дополнительной литературы. Проработка лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуальных домашних заданий.	1 1 3
2	7	Методы оптимизации	Изучение основной и дополнительной литературы. Проработка лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка доклада	1 1 3
По разделам №№ 1-7			Подготовка к зачёту	3
<b>ИТОГО в семестре</b>				<b>38</b>

### **3.2. График работы студента**

Семестр № 2

Форма оценочного средства*	Условное обозначение	Номер недели																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Собеседование	<b>Сб</b>		+			+		+		+		+						+	+	+		
Доклад	<b>Д</b>			+	+																+	
Индивидуальные домашние задания	<b>ИДЗ</b>								+		+		+						+			
Зачёт																						+

**Примечание.** Недели 13–16 – учебная практика.

### **3.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Учебники, учебные пособия, ресурсы сети Интернет содержатся в разделе 5 данной рабочей программы

### **3.3.1. Контрольные работы/ рефераты не предусмотрены**

#### **Примерная тематика докладов**

1. Сравнение функций и функционалов. Функционалы в пространстве  $C_{[a,b]}$ .
3. Функционалы в пространстве  $D_{l[a,b]}$ .
4. Слабая сходимость функционалов.
5. Линейные функционалы в пространстве сходящихся последовательностей.
6. Задача с закрепленными концами: постановка, точная формулировка, примеры.
7. Задача со свободными концами: постановка, точная формулировка, примеры.
8. Задачи с подвижными концами: постановка, точная формулировка, примеры.
9. Изопериметрическая задача: постановка, точная формулировка, примеры.
10. Функционалы от функций нескольких переменных.
11. Вариационные задачи в параметрической форме.
12. Классификация достаточных условий экстремума функционала.
13. Задача Рэлея для плоского подшипника.
14. Задача Рэлея для радиального подшипника.
15. Функционалы, зависящие от производных высших порядков.
16. Классификация задач оптимизации.
17. Одномерная минимизация функций. Прямые методы.
18. Одномерная минимизация функций. Методы, использующие информацию о производных целевой функции.
19. Задача минимизации многомерной функции. Безусловный экстремум.
20. Общие принципы многомерной минимизации.
22. Прямые методы безусловной минимизации многомерных задач.
23. Условный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия.
24. Условный экстремум при ограничениях-равенствах.
25. Условный экстремум при ограничениях неравенствах.

### **4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (см. Фонд оценочных средств)**

#### **4.1. Рейтинговая система оценки знаний обучающихся по дисциплине.**

*Рейтинговая система не используется*

### **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **5.1.Основная литература**

№ п/п	Автор (ы), наименование, место издания и издательство, год	Используется при изучении и разделов	Семестр	Количество экземпляров	
				в библиотеке	на кафедре
1	2	3	4	5	6

1.	Болдырев, Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. –М. : Издательство Юрайт, 2017. – 240 с. – Режим доступа: <a href="https://www.biblio-online.ru/book/9ACC282C-3884-4D46-8397-EAF6AF1DD0FF">https://www.biblio-online.ru/book/9ACC282C-3884-4D46-8397-EAF6AF1DD0FF</a> (дата обращения:10.05.2019).	1-7	2	ЭБС	
2.	Васильева, А. Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов. – М. : Физматлит, 2005. – 214 с. – Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=68123">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=68123</a> (дата обращения: 12.11.2019).	1-7	2	ЭБС	

## 5.2. Дополнительная литература

№ п/п	Автор (ы), наименование, место издания и издательство, год	Используется при изучении разделов	Семестр	Количество экземпляров	
				в библиотеке	на кафедре
1	2	3	4	5	6
1.	Благодатских, В. И. Введение в оптимальное управление. Линейная теория [Текст] : учебник / В. И. Благодатских. – Москва : Высшая школа, 2001. –239 с.	1-7	2	10	
2.	Гюнтер, Н. М. Курс вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие. – Санкт-Петербург : Лань, 2009. – 309 с. – Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=119">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=119</a> (дата обращения: 19.06.2019).	1-7	2	ЭБС	
3.	Гончаров, В. А. Методы оптимизации : учебное пособие для вузов / В. А. Гончаров. – М. : Юрайт, 2016. – 191 с. – Режим доступа: <a href="http://www.biblio-online.ru/book/A3F5043E-A3B7-445C-BA24-48EDCD4F9EAЕ">http://www.biblio-online.ru/book/A3F5043E-A3B7-445C-BA24-48EDCD4F9EAЕ</a> (дата обращения: 19.06.2019).	1-7	2	ЭБС	
7.	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Электронный ресурс] : учебник. В 3-х тт. Том 3 [Электронный ресурс] : учебник. – Санкт-Петербург : Лань, 2009. – 657 с. –Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=409">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=409</a> (дата обращения: 19.06.2019).	1-7	2	ЭБС	

## 5.3. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- Лань [Электронный ресурс] : электронная библиотека. – Доступ к полным текстам по паролю. – Режим доступа: [https://e.lanbook.com](http://e.lanbook.com) (дата

обращения: 19.06.2019).

2. Университетская библиотека ONLINE [Электронный ресурс] : электронная библиотека. – Доступ к полным текстам по паролю. – Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red) (дата обращения: 19.06.2019).
3. Юрайт [Электронный ресурс] : электронная библиотека. – Доступ к полным текстам по паролю. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru> (дата обращения: 19.06.2019).

**5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины \*.**

1. Allmath.ru [Электронный ресурс] : математический портал. – Режим доступа: <http://www.allmath.ru>, свободный (дата обращения: 19.06.2019).
2. EqWorld. The World of Mathematical Equations [Электронный ресурс] : Международный научно-образовательный сайт. – Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>, свободный (дата обращения: 19.06.2019).
3. EXPonenta.ru [Электронный ресурс] : образовательный математический сайт. – Режим доступа: <http://old.exponenta.ru>, свободный (дата обращения: 19.06.2019).
4. КиберЛенинка [Электронный ресурс] : научная электронная библиотека. – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru>, свободный (дата обращения: 19.06.2019).
5. Московский Центр Непрерывного Математического Образования (МЦНМО) [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: <http://www.mccme.ru>, свободный (дата обращения: 19.06.2019).
6. Научная библиотека РГУ имени С. А. Есенина [Электронный ресурс] : сайт. – Режим доступа: <http://library.rsu.edu.ru>, свободный (дата обращения: 19.06.2019).
7. Труды преподавателей [Электронный ресурс] : коллекция // Электронная библиотека Научной библиотеки РГУ имени С. А. Есенина. – Доступ к полным текстам по паролю. – Режим доступа: <http://dspace.rsu.edu.ru/xmlui/handle/123456789/3> (дата обращения: 19.06.2019).
8. Электронная библиотека диссертаций [Электронный ресурс] : официальный сайт / Рос. гос. б-ка. – Москва : Рос. гос. б-ка, 2003 - . – Доступ к полным текстам из комплексного читального зала НБ РГУ имени С. А. Есенина. – Режим доступа: <http://diss.rsl.ru> (дата обращения: 19.06.2019).
9. Электронный каталог НБ РГУ имени С. А. Есенина [Электронный ресурс] : база данных содержит сведения о всех видах литературы, поступающих в фонд НБ РГУ имени С.А. Есенина. – Рязань, [1990 - ]. – Режим доступа: <http://library.rsu.edu.ru/marc>, свободный (дата обращения: 19.06.2019).

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**6.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий:** стандартно оборудованные учебные аудитории для проведения лекций и практических занятий, мультимедийный видеопроектор, экран, ноутбук, лазерная указка.

**6.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся:** видеопроектор, ноутбук, переносной экран.

**6.3. Требования к специализированному оборудованию:** отсутствуют.

## **7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

*(Заполняется только для стандарта ФГОС ВПО)*

## **8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	<p><b>Написание конспекта лекций:</b> кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины.</p> <p><b>Проработка лекционного материала:</b> Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.</p> <p>Уделить внимание следующим понятиям: динамическая макроэкономическая модель, устойчивость и асимптотическая устойчивость, критерий Гурвица, система линейного приближения, знакопеременная, знакопостоянная и знакоопределенная форма.</p>
Практические занятия	Работа с конспектом лекций, изучение и проработка алгоритмов решения задач, просмотр рекомендуемой литературы, решение задач, выполнение домашних заданий
Доклад	Изучение научной и учебной литературы. Отбор необходимого материала; формулирование целей и задач доклада.
	Формирование алгоритмов по решению поставленной задачи.
	Реализация поставленной задачи. Формулирование выводов по докладу.
Индивидуальные задания	Изучение научной и учебной литературы. Отбор необходимого материала; самостоятельное проведение всех этапов построения экономико-математической модели, её исследования на устойчивость изученными методами, написание отчёта с подробными пояснениями своих действий.
Подготовка к зачету	При подготовке к зачету необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

## **9. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Использование электронных изданий (ЭБС) при изучении теоретического материала и выполнении индивидуальных заданий.
2. Организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты.

## **10. ТРЕБОВАНИЯ К ПРОГРАММНОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА.**

1. Операционная система Windows Pro (договор №Tr000043844 от 22.09.15г.);
2. Антивирус Kaspersky Endpoint Security (договор №14/03/2019-0142 от 30/03/2019г.);
3. Офисное приложение LibreOffice (свободно распространяемое ПО);
4. Архиватор 7-zip (свободно распространяемое ПО);
5. Браузер изображений FastStoneImageViewer (свободно распространяемое ПО);
6. PDF ридер FoxitReader (свободно распространяемое ПО);
7. PDF принтер doPdf (свободно распространяемое ПО);
8. Медиа проигрыватель VLC media player (свободно распространяемое ПО);
9. Запись дисков ImageBurn (свободно распространяемое ПО);
10. DJVU браузер DjVu Browser Plug-in (свободно распространяемое ПО);

## **11. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ**

### **Планы практических занятий**

<b>№ семестра</b>	<b>№ раздела</b>	<b>Наименование раздела учебной дисциплины</b>	<b>Количество часов</b>	<b>План практического занятия</b>
2	1	Функционалы. Функциональные пространства Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала	3 ч	Установить, является ли множество $M$ функций, определенных равенством $y = c \sin x$ , где $c \in R$ - множество всех действительных чисел, заданных на сегменте, линейным нормированным пространством.

2	2	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами Изопериметрическая задача. Условный экстремум	3 ч	Доказать что функционал $I(y) = \int_2^3 (2xh - 3h^2)dx$ является линейным в пространстве $D_1$ . Дан функционал $I(y) = \int_1^2 (2xy - y'^2)dx$ . Определить, является ли функция $y_0 = 3x + 1$ экстремальной для функционала $I$ .
2	3	Вариационные задачи с подвижными концами Функционалы. Функциональные пространства	3 ч	Среди всех функций $y(x) \in D_1$ , концы которых принадлежат прямым $x = 2$ , $x = 3$ , найти ту, которая обращает в ноль дифференциал функционала $I(y) = \int_2^3 (4y + 6y'^2)dx$ .
2	4	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами	2 ч	Решить изопериметрическую задачу. Дан функционал $I(y) = \int_2^3 (5y + 8y'^2)dx$ , заданный на множестве функций $y(x) \in D_1$ , $y(2) = 3$ , $y(3) = 2$ , на котором функционал $K(y) = \int_2^3 (4x + 3y)dx = 4$ , найти ту, которая является экстремальной для функционала $I$ .
2	5	Изопериметрическая задача. Условный экстремум	2 ч	Решить задачу с подвижными концами. Дан функционал $I(y) = \int_1^2 (4y + y'^2)dx$ на множестве функций $y \in D_1$ , концы графиков которых принадлежат прямым $y = 2x + 1$ , $y = 4x + 1$ . Найти функцию, являющуюся экстремальной функционала.
2	6	Квадратичный функционал. Вторая вариация	2 ч	Дан функционал $I(y) = \int_1^2 (3xy^3 + 2y^2y' + 4y'^3)dx$ на множестве функций $y(x) \in D_1$ . Найти квадратичный функционал при $y_0 = x + 2$ , исследовать его на знакопределенность.
2	7	Методы оптимизации	3 ч	Методами безусловной оптимизации и множителей Лагранжа решить следующую задачу: $f(x) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 3x_1 + 1 \rightarrow \max(\min)$ на множестве $D = \left\{ (x_1, x_2) : x_2 - 3x_1 \leq 0, x_2 - 2x_1 \geq 0, \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} \leq 1 \right\}$

**Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине**

*Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине для промежуточного  
контроля успеваемости(2*

*семестр)*

<b>№ п/п</b>	<b>Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)</b>	<b>Код контролируемой компетенции) или её части)</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>
1.	Функционалы. Функциональные пространства		
2.	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала		
3.	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами	ОК-1, ОК-3, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-4, ПК-1, ПК-3, ПК-10, ПК-12.	
4.	Изопериметрическая задача. Условный экстремум		
5.	Вариационные задачи с подвижными концами		
6.	Квадратичный функционал. Вторая вариация		
7.	Методы оптимизации		

**ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

<b>Индекс компетенции</b>	<b>Содержание компетенции</b>	<b>Элементы компетенции</b>	<b>Индекс элемента</b>
OK- 1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	<b>знать</b> 1) основные понятия математики, 2) методы математических рассуждений, 3) алгоритмы решения стандартных задач	OK1 31 OK1 32 OK1 33
		<b>уметь</b> 1) логически обосновывать свою точку зрения, 2) доказывать математические утверждения, 3) применять имеющиеся знания к выбору метода решения поставленной задачи	OK1 У1 OK1 У2 OK1 У3
		<b>владеть</b> 1) навыками анализа и обобщения информации, 2) навыками проведения строгих математических рассуждений, 3) навыками решения стандартных задач	OK1 В1 OK1 В2 OK1 В3

ОК-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	<b>знать</b>	
		1. Методы освоения новой информации,	ОК3 31
		2. Методы математических рассуждений,	ОК3 32
		3. Алгоритмы решения стандартных задач	ОК3 33
		4. Способы получения математического результата	ОК3 34
		5. Базовые знания в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности	ОК3 35
		<b>уметь</b>	
		1. Самостоятельно математически корректно ставить научные задачи,	ОК3 У1
		2. Проводить строгие математические рассуждения	ОК3 У2
		3. Применять полученные знания к выбору метода решения поставленной задачи	ОК3 У3
		4. Подбирать специализированную литературу	ОК3 У4
		<b>владеть</b>	
		1. Навыками анализа и обобщения информации.	ОК3 В1
		2. Навыками поиска информации в периодических изданиях и сети Интернет	ОК3 В2
		3. Методами математического исследования	ОК3 В3
ОПК-1	способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	<b>знать</b>	
		1) основные факты современной фундаментальной математики в области вариационного исчисления,	ОПК1 31
		2) методы решения задач,	ОПК1 32
		3) методы сбора и обработки информации	ОПК1 33
		<b>уметь</b>	
		1) строить аналогии между реальными процессами и математическими зависимостями,	ОПК1 У1
		2) применять имеющиеся знания к выбору метода решения поставленной задачи	ОПК1 У2
		3) математически грамотно систематизировать и обрабатывать экспериментальные данные,	ОПК1 У3
		4) формулировать цель и задачи исследования	ОПК1 У4
		<b>владеть</b>	
		1) навыками поиска информации в периодических изданиях и сети Интернет,	ОПК1 В1
		2) навыками работы со специализированной литературой,	ОПК1 В2
		3) навыками решения задач,	ОПК1 В3
		4) навыками математических доказательств	ОПК1 В4
ОПК-2	способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	<b>знать</b>	
		1) теоретические и методологические основы построения математических моделей,	ОПК2 31
		2) методы конструирования математических моделей,	ОПК2 32
		3) методы исследования математических моделей	ОПК2 33

		уметь	
		1) строить аналогии между реальными процессами и математическими зависимостями,	ОПК2 У1
		2) применять имеющиеся знания к отбору значимых факторов,	ОПК2 У2
		3) привлекать знания естественных наук для построения моделей	ОПК2 У3
		владеть	
		1) методами сбора и обработки информации,	ОПК2 В1
		2) навыками логического обоснования предположений математической модели,	ОПК2 В2
		3) методами математического исследования	ОПК2 В3
ОПК-4	Готовность к коммуникациям в устной и письменной формах на государственном языке РФ и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности	знать	
		1. Законы логики и аргументации	ОПК4 З1
		2. Правила построения научного выступления	ОПК4 З2
		3. Правила построения письменного научного отчёта	ОПК4 З3
		уметь	
		1. Математически корректно и грамотно излагать математическую теорию.	ОПК4 У1
		2. Оперированием знаниями в своей практической деятельности	ОПК4 У2
		3. Формулировать цель и задачи исследования	ОПК4 У3
		владеть	
		1) навыками работы с аудиторией	ОПК4 В1
		2) навыками изучения методической и специальной литературы,	ОПК4 В2
		3) навыками планирования и структурирования научного доклада	ОПК4 В3
		4) навыками проведения доказательств	ОПК4 В4
ПК-1	Способность к интенсивной научно-исследовательской работе	знатъ	
		1. Принципы математического исследования	ПК1 З1
		2. Способы получения математического результата	ПК1 З2
		3. Базовые знания в области теории вариационного исчисления	ПК1 З3
		уметь	
		1. Самостоятельно находить необходимую математическую теорию для исследования проблем,	ПК1 У1
		2. Планировать научно-исследовательскую работу	ПК1 У2
		3. Формулировать цель и задачи исследования	ПК1 У3
		владеть	
		1. Навыками работы со специализированной литературой.	ПК1 В1
		2. Навыками самооценки своей учебно-познавательной деятельности	ПК1 В2
		3. Методами математического исследования	ПК1 В3
ПК-3	Способность публично представить	знатъ	
		1) основные методы изложения научных	ПК3 З1

	собственные новые научные результаты	знаний	
		2) законы логики и аргументации,	ПКЗ 32
		3) принципы ведения математической дискуссии,	ПКЗ 33
		уметь	
		1) корректно, методически грамотно и доступно изложить результаты исследований,	ПКЗ У1
		2) подбирать примеры, иллюстрирующие результаты исследований,	ПКЗ У2
		3) наглядно и грамотно оформлять результаты исследований	ПКЗ У3
		владеть	
		1) навыками работы с аудиторией	ПКЗ В1
		2) навыками изучения методической и специальной литературы,	ПКЗ В2
		3) навыками планирования и структурирования научного доклада	ПКЗ В3
ПК-10	способность к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных организациях, профессиональных общеобразовательных организациях и организациях дополнительного образования	знатъ	
		1) основные понятия и факты теории вариационного исчисления,	ПК10 31
		2) методы математических рассуждений,	ПК-10 32
		3) алгоритмы решения стандартных задач,	ПК10 33
		4) законы логики и аргументации	ПК10 34
		уметь	
		1) корректно, методически грамотно изложить математическую теорию,	ПК10 У1
		2) научить доказывать математические утверждения,	ПК10 У2
		3) научить решать стандартные математические задачи	ПК10 У3
		4) планировать учебное занятие,	ПК10 У4
		5) подбирать примеры для закрепления материала	ПК10 У5
		владеть	
		1) навыками проведения строгих математических рассуждений	ПК10 В1
		2) навыками изучения методической и специальной литературы,	ПК10 В2
		3) навыками решения задач	ПК10 В3
		4) навыками работы с аудиторией	ПК10 В4
ПК-12	Способность к проведению методических экспертиз в области математики	знатъ	
		1) необходимую математическую теорию по дисциплине,	ПК12 31
		2) классификацию математических моделей,	ПК12 32
		3) методы исследования математических моделей	ПК12 33
		уметь	
		1) подбирать специальную литературу,	ПК12 У1
		2) корректно и логически обоснованно устно и письменно излагать свою точку зрения,	ПК12 У2
		3) подбирать методы изученной теории к проведению методических и экспертизных работ в области математики	ПК12 У3
		владеть	

		1) навыками освоения новой математической теории, 2) навыками решения задач вариационного исчисления, достаточными для проведения экспертных работ в данной области 3) навыками проведения доказательств	ПК12 В1 ПК12 В2 ПК12 В3
--	--	--	-------------------------------

## КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЗАЧЕТ)

№	Содержание оценочного средства	Индекс оцениваемой компетенции и ее элементов
1	<p>Определение линейного функционала.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Доказать что функционал <math>I(y) = \int_2^3 (2xh - 3h^2)dx</math> является линейным в пространстве <math>D_1</math>.</p>	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
2	<p>Определение нелинейного функционала.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> В задаче со свободными концами (концы графиков функций принадлежат прямым <math>x = 1</math>, <math>x = 2</math>) для функционала <math>I_1</math> найти дифференциал <math>\delta I_1</math>,</p> $I_1(y) = \int_1^2 (4y + 3yy' + 6y'^2)dx .$	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
3	<p>Определение линейного нормированного пространства, пространства <math>C_{[a,b]}</math>, <math>D_{l[a,b]}</math>.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Установить, является ли множество <math>M</math> функций, определенных равенством <math>y = c \sin x</math>, <math>c \in R</math> - множество всех действительных чисел, заданных на сегменте линейным нормированным пространством.</p>	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
4	<p>Вычисление дифференциала функционала.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Дан функционал <math>I(y) = \int_1^2 (4y + 6y'^2)dx</math>. Найти линейный функционал <math>\varphi</math> функционала <math>I</math>, убедиться,</p>	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3

	что функционал $\varphi$ является дифференциалом функционала I.	ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, B1, B2, B3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3
5	<p>Понятие экстремума функционала.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Дан функционал <math>I(y) = \int_1^2 (2xy - y'^2) dx</math>. Определить, является ли функция <math>y_0 = 3x + 1</math> экстремальной для функционала I.</p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, B1, B2, B3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3
6	<p>Теорема о необходимом условии экстремума.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Дан функционал <math>I(y) = \int_1^2 (3xy^3 + 2y^2 y' + 4y'^3) dx</math> на множестве функций <math>y(x) \in D_1</math>. Найти квадратичный функционал при <math>y_0 = x + 2</math>, исследовать его на знакопредопределенность.</p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, B1, B2, B3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3
7	<p>Формулировка задачи вариационного исчисления.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Найти решение уравнения Эйлера функционала <math>I(y) = \int_2^3 (2y + y'^2) dx</math>, удовлетворяющее краевым условиям <math>y(2) = 5</math>, <math>y(3) = 4</math>.</p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, B1, B2, B3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3
8	<p>Решение вариационной задачи с закрепленными свободными концами.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> В задаче со свободными концами (концы графиков функций принадлежат прямым <math>x = 1</math>, <math>x = 2</math>) для функционала <math>I_1</math> найти дифференциал <math>\delta I_1</math>, <math>I_1(y) = \int_1^2 (4y + 3yy' + 6y'^2) dx</math>.</p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, B1, B2, B3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3
9	<p>Формулировка изопериметрической задачи.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Решить изопериметрическую задачу для функционала I, заданного на множестве функций, на котором определен функционал K, определенный равенством</p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, B1, B2, B3, B4

	$K(y) = \int_1^2 (x + 2y) dx = 1, \quad y(1) = 3, \quad y(2) = 4.$	ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
10	<p>Условия разрешимости изопериметрической задачи.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Решить изопериметрическую задачу для функционалов <math>I(y) = \int_1^2 (2y + y'^2) dx,</math></p> $K(y) = \int_1^2 (x + 2y) dx = 1, \quad y(1) = 3, \quad y(2) = 4.$	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
11	<p>Условный экстремум – постановки задачи и её решение.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> На множестве функций <math>y(x), z(x),</math> удовлетворяющих равенству <math>y = 3x + y - z = 0</math> и краевым условиям <math>y(1) = 2, \quad y(2) = 1, \quad z(1) = 5, \quad z(2) = 7.</math> Найти функции <math>y_0(x), z_0(x),</math> которые могут доставить условный экстремум функционалу</p> $I = \int_1^2 (4y + 2y'^2 - 6z - 3z'^2) dx.$	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
12	<p>Постановка вариационной задачи с подвижными концами.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Найти решение задачи со свободными концами (концы графиков функций принадлежат прямым <math>x = 1, \quad x = 2</math>) для функционала <math>I(y) = \int_1^2 (4y + 3yy' + 6y'^2) dx.</math></p>	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
13	<p>Необходимое условие экстремума.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Найти функцию <math>y(x),</math> которая может доставить экстремум функционалу <math>I_1(y) = \int_1^2 (4y + 3yy' + 6y'^2) dx.</math></p>	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
14	<p>Определение билинейного функционала</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p>	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1,

	<p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Найти решение уравнения Эйлера функционала</p> $I(y) = \int_2^3 (2y + y'^2) dx, \text{ удовлетворяющее краевым}$ <p>условиям <math>y(2) = 5, y(3) = 4.</math></p>	B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
15	<p>Определение квадратичного функционала.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Дан функционал <math>I(y) = \int_1^2 (4y + 6y'^2) dx.</math> Составить уравнение Эйлера, найти его решение <math>y(x),</math> удовлетворяющее краевым условиям <math>y(1) = 3, y(2) = 4.</math></p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
16	<p>Формула для второй вариации.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Найти решение задачи со свободными концами (концы графиков функций принадлежат прямым <math>x = 1, x = 2</math>) для функционала <math>I(y) = \int_1^2 (4y + 3yy' + 6y'^2) dx.</math></p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
17	<p>Необходимое условие функционала, выраженное через вторую вариацию.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Среди всех функций <math>y(x) \in D_1,</math> концы которых принадлежат прямым <math>x = 2, x = 3,</math> найти ту, которая обращает в ноль дифференциал функционала</p> $I(y) = \int_2^3 (4y + 6y'^2) dx.$	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
18	<p>Условие Лежандра.</p> <p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.</p> <p><b>У.</b> Доказать одно из утверждений.</p> <p><b>В.</b> Дан функционал <math>I(y) = \int_1^2 (4y + 6y'^2) dx.</math> Составить уравнение Эйлера, найти его решение <math>y(x),</math> удовлетворяющее краевым условиям <math>y(1) = 3, y(2) = 4.</math></p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, B1, B2, B3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, B2, B3, B4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, B4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, B4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
19	Достаточное условие экстремума функционала.	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3

	<p><b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.  <b>В.</b> Среди всех функций <math>y(x) \in D_1</math>, концы которых принадлежат прямым <math>x = 2</math>, <math>x = 3</math>, найти ту, которая обращает в ноль дифференциал функционала</p> $I(y) = \int_2^3 (4y + 6y'^2) dx.$	OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
20	<p>Неравенство Коши-Буняковского.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.  <b>В.</b> Среди всех функций <math>y(x) \in D_1</math>, концы которых принадлежат прямым <math>x = 2</math>, <math>x = 3</math>, найти ту, которая обращает в ноль дифференциал функционала</p> $I(y) = \int_2^3 (4y + 6y'^2) dx.$	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
21	<p>Нелинейное программирование – постановка задачи.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.  <b>В.</b> Дан функционал <math>I(y) = \int_1^2 (4y + 6y'^2) dx</math>. Найти линейный функционал <math>\varphi</math> функционала <math>I</math>, убедиться, что функционал <math>\varphi</math> является дифференциалом функционала <math>I</math>.</p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
22	<p>Метод безусловной оптимизации.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.  <b>В.</b> Методом безусловной оптимизации решить следующую задачу:</p> $f(x) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 3x_1 + 1 \rightarrow \max(\min)$ на множестве $D = \left\{ (x_1, x_2) : x_2 - 3x_1 \leq 0, x_2 - 2x_1 \geq 0, \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} \leq 1 \right\}$	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
23	<p>Метод условной оптимизации.  <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры.  <b>У.</b> Доказать одно из утверждений.  <b>В.</b> Методом условной оптимизации решить следующую задачу: <math>f(x) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 3x_1 + 1 \rightarrow \max(\min)</math> на множестве  <math display="block">D = \left\{ (x_1, x_2) : x_2 - 3x_1 \leq 0, x_2 - 2x_1 \geq 0, \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} \leq 1 \right\}</math> </p>	OK1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 OK3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4

		ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
24	Функция Лагранжа в методе условной оптимизации. <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры. <b>У.</b> Доказать одно из утверждений. <b>В.</b> Методом множителей Лагранжа решить следующую задачу: $f(x) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 3x_1 + 1 \rightarrow \max(\min)$ на множестве $D = \left\{ (x_1, x_2) : x_2 - 3x_1 \leq 0, x_2 - 2x_1 \geq 0, \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} \leq 1 \right\}$	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3
25	Метод наименьших квадратов. <b>З.</b> Сформулировать определения и необходимые утверждения. Привести примеры. <b>У.</b> Доказать одно из утверждений. <b>В.</b> Среди всех функций $y(x) \in D_1$ , концы которых принадлежат прямым $x = 2$ , $x = 3$ , найти ту, которая обращает в ноль дифференциал функционала $I(y) = \int_2^3 (4y + 6y'^2) dx.$	ОК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОК3 31, 32, 33, 34, 35, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3 ОПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, У4, В1, В2, В3, В4 ОПК2 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ОПК4 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3, В4 ПК1 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК3 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3 ПК10 31, 32, 33, 34, У1, У2, У3, У4, У5, В1, В2, В3, В4 ПК12 31, 32, 33, У1, У2, У3, В1, В2, В3

## ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ (Шкалы оценивания)

Результаты выполнения обучающимся заданий на зачете оцениваются по шкале «зачтено» - «не засчитано».

В основе оценивания лежат критерии порогового и повышенного уровня характеристик компетенций или их составляющих частей, формируемых на учебных занятиях по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации» (Таблица 2.5. Карта компетенций рабочей программы дисциплины).

**«Зачтено»** – оценка соответствует **повышенному уровню** и выставляется обучающемуся, если он

- глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

- твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос или выполнении заданий, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

**«Зачтено»** - оценка соответствует **пороговому** уровню и выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, демонстрирует недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

**«Не зачтено»** - оценка выставляется обучающемуся, который не достигает порогового уровня, демонстрирует непонимание проблемы, не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.