

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ С.А. ЕСЕНИНА»

Утверждаю

Декан физико-математического факультета



Федорова Н.Б.

«31» августа 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»

Уровень основной образовательной программы – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль) – Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление**

Форма обучения - очная

Срок освоения ООП - 4 года

Факультет – физико-математический

Кафедра – математики и методики преподавания математических дисциплин

Язык преподавания - русский

Рязань, 2020

ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» являются формирование компетенций, установленных ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», развитие математической культуры, фундаментальная подготовка в области теории дифференциальных уравнений и её приложений, овладение современными методами теории дифференциальных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Изучение дисциплины позволит овладеть необходимыми знаниями и умениями, которые потребуются аспирантам для выполнения научной работы.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО аспирантуры

2.1. Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» относится к вариативной части ОПОП, Блок Б.1. Дисциплины, дисциплинам, обязательным для освоения (2 год обучения 3, 4 семестр).

2.2. Для изучения данной дисциплины необходимы следующие знания, умения и владения, формируемые предшествующими дисциплинами:

- Обыкновенные дифференциальные уравнения

Знания: основные понятия из теории дифференциальных уравнений: решение дифференциального уравнения, условия существования и единственности решения дифференциального уравнения.

Умения: находить общие решения основных классов дифференциальных уравнений первого порядка; находить решение однородного уравнения с постоянными коэффициентами, анализировать взаимосвязь решений линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

Владение: терминологией из теории дифференциальных уравнений; навыками решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<i>УК-1 способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и</i>	<u>Знать:</u> 1.Основных понятий теорий дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления проблемы; 2.Классических методов исследования динамических систем и оптимального управления; 3.Современных научных достижений в области исследования систем дифференциальных уравнений.

<p><i>практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</i></p>	<p><u>Уметь.</u> 1.Находить, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; 2.Критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; 3.Находить альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать их потенциал.</p> <p><u>Владеть.</u> 1.Навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях. 2.Навыками генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач.</p>
<p><i>УК-5 способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития</i></p>	<p><u>Знать.</u> 1. Возможные сферы и направления профессиональной самореализации; 2. Приемов и технологий целеполагания и целереализации; 3. Пути достижения более высоких уровней профессионального и личного развития.</p> <p><u>Уметь.</u> 1. Выявлять и формулировать проблемы собственного развития, исходя из этапов профессионального роста и требований рынка труда к специалисту; 2. Формулировать цели профессионального и личностного развития. 3. Оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей.</p> <p><u>Владеть.</u> 1. Навыками планирования и решения задач научно-исследовательской работы. 2. Навыками планирования и решения задач учебно-методической работы. 3. Навыками повышения профессионального педагогического мастерства.</p>
<p><i>ОПК-1 способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</i></p>	<p><u>Знать.</u> 1. Наиболее важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей. 2. Современные методы исследования решений математических задач.</p> <p><u>Уметь.</u> 1. Применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики 1. Разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математики, механики, естественных наук</p> <p><u>Владеть:</u> 1. Навыками построения и исследования математических моделей в естественных науках.</p>
<p><i>ПК-1 готовность к исследованиям в обла-</i></p>	<p><u>Знать.</u> 1. Определения основных понятий в области дифференциаль-</p>

<p><i>сти дифференциальных уравнений и динамических систем</i></p>	<p>ных уравнений и динамических систем. 2. Смысл фундаментальных теорем, схемы их доказательств, класс задач, решение которых может быть найдено методами этой теории. <u>Уметь.</u> 1. Формулировать проблему и ставить задачи для ее решения. 2. Определять методы для решения поставленных задач. 3. Анализировать полученные результаты, указать область их применения, 4. Составлять краткий и содержательный доклад о методах решения задач и полученных результатах. <u>Владеть:</u> 1. Навыками планирования, анализа, учебно-познавательной деятельности.</p>
<p><i>ПК-4 способность к самостоятельной постановке и решению сложных теоретических и прикладных задач в теории динамических систем и оптимального управления</i></p>	<p><u>Знать.</u> 1. Теорию дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления. 2. Основные принципы построения математических моделей. 3. Классы наиболее общих проблем, исследование которых может быть выполнено методами математического моделирования, численными методами, комплексом компьютерных программ. <u>Уметь.</u> 1. Анализировать поставленную задачу, 2. Определить главные факторы, влияющие на развитие процесса, 3. Построить адекватную математическую модель, 4. Написать компьютерную программу для решения поставленной задачи. <u>Владеть:</u> 1. Навыками математического моделирования, численными методами. 2. Навыками написания компьютерных программ для исследования достаточно общих проблем в смежных науках.</p>

Карта компетенций дисциплины

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Цель	Формирование компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОПОП ВО вуза по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»
Задачи	<p>Научить ориентироваться в задачах непосредственной применимости теории дифференциальных уравнений.</p> <p>Проводить самостоятельные решения различных задач с практическим содержанием.</p> <p>Определять круг задач, решения которых может быть выполнено теорией дифференциальных уравнений.</p>

В процессе освоения данной дисциплины обучающийся формирует и демонстрирует следующие

Универсальные компетенции

Компетенции		Перечень компонентов	Технологии формирования	Форма оценочного средства	Уровни освоения компетенции
Индекс	Формулировка				
УК-1	Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинар-	<p><u>Знать.</u></p> <p>1. Основных понятий теорий дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления проблемы.</p> <p>2. Классических методов исследования динамических систем и оптимального управления</p> <p>3. Современных научных достижений в области исследования систем дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Уметь.</u></p>	Путем чтения лекций, проведения практических занятий, подготовки к письменному опросу, самостоятельная работа аспиранта.	Защита рефератов, индивидуальных домашних заданий, коллоквиум, письменный опрос, зачет, реферат/статья,	<p><i>Пороговый:</i> В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p> <p><i>Повышенный:</i> Сформированное умение анализировать аль-</p>

	ных областях	<ol style="list-style-type: none"> 1. Находить, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; 2. Критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; 3. Находить альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать их потенциал. <p><u>Владеть.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях. 2. Навыками генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач. 			тернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши при реализации этих вариантов
УК-5	Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития	<p><u>Знать.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Возможных сфер и направлений профессиональной самореализации; 2. Приемов и технологий целереализации и целереализации; 3. Пути достижения более высоких уровней профессионального и личного развития. <p><u>Уметь.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Выявлять и формулировать проблемы собственного развития, исходя из этапов профессионального роста и требований рынка труда к специалисту; 2. Формулировать цели профессионального и личностного развития. 	путем чтения лекций, подготовке реферата, проведения практических занятий, подготовки к контрольным работам, самостоятельная работа аспиранта.	Защита реферата, решение поставленных задач, коллоквиум, письменный опрос, зачет, реферат/статья,	<i>Пороговый:</i> Владеет некоторыми способами выявления и оценки индивидуально-личностных и профессионально-значимых качеств, необходимых для выполнения профессиональной деятельности, при этом не демонстрирует способность оценки этих качеств и выделения конкретных путей их совершенствования.

		<p>3. Оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей.</p> <p><u>Владеть.</u></p> <p>1. Навыками планирования и решения задач научно-исследовательской работы.</p> <p>2. Навыками планирования и решения задач учебно-методической работы.</p> <p>3. Навыками повышения профессионального педагогического мастерства.</p>			<p><i>Повышенный:</i> Владеет системой способов выявления и оценки индивидуально-личностных и профессионально-значимых качеств, необходимых для профессиональной самореализации, и определяет адекватные пути самосовершенствования</p>
<i>Общепрофессиональные компетенции</i>					
ОПК-1	Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационных технологий	<p><u>Знать.</u></p> <p>1. Наиболее важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей.</p> <p>2. Современные методы исследования решений математических задач.</p> <p><u>Уметь.</u></p> <p>1. Применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики</p> <p>2. Разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математики, механики, естественных наук</p> <p><u>Владеть:</u></p> <p>1. Навыками построения и исследования математических моделей в естествен-</p>	путем чтения лекций, подготовке реферата, проведения практических занятий, подготовки к контрольным работам, самостоятельная работа аспиранта.	Защита рефератов, решение поставленных задач, письменный опрос, зачет, реферат/статья,	<p><i>Пороговый:</i> неполные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях</p> <p><i>Повышенный:</i> сформированные систематические представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях</p>

ных науках.

Профессиональные компетенции

ПК-1	Готовность к исследованиям в области дифференциальных уравнений и динамических систем	<p><u>Знать.</u></p> <ol style="list-style-type: none">1. Определения основных понятий в области дифференциальных уравнений и динамических систем.2. Смысл фундаментальных теорем, схемы их доказательств, класс задач, решение которых может быть найдено методами этой теории. <p><u>Уметь.</u></p> <ol style="list-style-type: none">1. Формулировать проблему и ставить задачи для ее решения.2. Определять методы для решения поставленных задач.3. Анализировать полученные результаты, указать область их применения,4. Составлять краткий и содержательный доклад о методах решения задач и полученных результатах. <p><u>Владеть:</u></p> <ol style="list-style-type: none">1. Навыками планирования, анализа, учебно-познавательной деятельности.	путем чтения лекций, подготовке реферата, проведения практических занятий, самостоятельной работе аспиранта.	Защита рефератов, решение поставленных задач, письменный опрос, коллоквиум, зачет, реферат/статья,	<p><i>Пороговый:</i> способен четко сформулировать проблему, наметить план и предложить способы её решения</p> <p><i>Повышенный:</i> способен самостоятельно решить проблему</p>
ПК-4	умение применять программные комплексы в изучении математических моделей, описываемых системами дифференциальных уравнений	<p><u>Знать.</u></p> <ol style="list-style-type: none">1. Теорию дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления.2. Основные принципы построения математических моделей.3. Классы наиболее общих проблем, исследование которых может быть выполнено методами математического моделирования, численными методами, комплексом компьютер-	путем чтения лекций, подготовке реферата, проведения практических занятий, самостоятельной работе аспиранта	Защита рефератов, решение поставленных задач, выполнение контрольных работ, зачет, реферат/статья	<p><i>Пороговый:</i> Способен проанализировать поставленную задачу, построить адекватную математическую модель, написать часть компьютерной программы для решения поставленной задачи</p> <p><i>Повышенный:</i> Спо-</p>

		<p>ных программ.</p> <p><u>Уметь.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Анализировать поставленную задачу, 2. Определить главные факторы, влияющие на развитие процесса, 3. Построить адекватную математическую модель, 4. Написать компьютерную программу для решения поставленной задачи. <p><u>Владеть:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Навыками математического моделирования, численными методами. 2. Навыками написания компьютерных программ для исследования достаточно общих проблем в смежных науках. 			<p>собен проанализировать поставленную задачу и определить главные факторы, влияющие на развитие процесса, построить адекватную математическую модель, написать компьютерную программу для решения поставленной задачи</p>
--	--	---	--	--	--

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

1.1. Объем дисциплины в зачетных единицах

Объем дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» составляет 3 зачетных единиц, всего 108 часа, из которых 40,30 часа составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (19 часов лекционные занятия, 19 часов практические занятия, 2 часа – проверка реферата / статьи, 0,15 – мероприятия промежуточной аттестации (зачет), 67,70 часов составляет самостоятельная работа аспиранта,

1.2. Формат обучения

Дисциплина реализуется в форме очного обучения на базе Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.

2. Содержание дисциплины

структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе												
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы, из них						
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Проверка реферата / статьи	Мероприятия промежуточной аттестации	Мероприятия текущего контроля	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов.		Подготовка к кандидатскому экзамену		Всего
Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения	36	4	4					8	22	6				28
Раздел 2. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений	36	4	4					10,15	20	5,85				25,85
Промежуточная аттестация – зачет	0,15					0,15		0,15						
Итого в семестре	72	8	8			0,15		18,15	42	11,85				53,85
Раздел 3. Дифференциальные уравнения в частных производных	18	5	6					11	5	2				7

Раздел 4. Оптимальное управление	17,85	6	5		2	0,15		11	3,85	3				6,85
Промежуточная аттестация – зачет	2,15				2	0,15		2,15						
Итого в семестре	36	11	11			0,15		22,15	8,85	5				13,85
Итого	108	19	19		2	0,30		40,30	50,85	16,85				67,7

2.1. Тематика лекционных занятий

Тема 1. Теоремы существования Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано. Продолжение решений. Непрерывная зависимость и дифференцируемость по начальным данным. Непрерывная зависимость решений от параметров. Первые интегралы. Дифференциальные неравенства. Неравенство Гронуола. Верхнее и нижнее решение. Теорема Уитнера. Оценка разности двух решений. Теорема единственности.

Тема 2. Теория устойчивости. Второй метод Ляпунова. Теоремы об устойчивости и неустойчивости. Устойчивость линейных систем. Устойчивость периодических движений. Второй метод Ляпунова для неустановившихся движений. Теорема Четаева. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нелинейные уравнения с периодическими коэффициентами. Критерии устойчивости по первому приближению.

Тема 3. Динамические системы на плоскости. Предельные точки и множества. Их структура. Свойства предельных траекторий. Теорема о наличии состояния равновесия внутри замкнутой траектории. Основная теорема о состояниях равновесия. Особые точки. Классификация. Исключительные направления. Нормальные области. Поведение интегральных кривых в нормальной области. Характеристическое уравнение алгебраической системы. Расположение интегральных кривых в нормальной области в зависимости от корней характеристического уравнения. Первая проблема различения. Лемма Лона. Вторая проблема различения. Теорема Лона. Аналитические критерии для различных типов особых точек второй группы. Проблема различения центра и фокуса. Необходимые и достаточные условия существования центра.

Тема 4. Периодические решения уравнений первого порядка. Предельные циклы и теории контактов. Автоколебания. Точечные преобразования и предельные циклы. Устойчивость неподвижной точки. Теорема Кенигса. Условия устойчивости предельного цикла. Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака, Драгилева, принцип симметрии). Виды и свойства предельных циклов. Грубые системы. Грубые состояния равновесия. Простые, сложные, грубые предельные циклы. Поведение сепаратрисы седел в грубых системах. Необходимые и достаточные условия грубости. Предельные циклы, зависящие от параметра. Кратные предельные циклы. Поведение предельных циклов при малых изменениях параметра.

Тема 5. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных (колебательные процессы, теплопроводность и диффузия, электромагнитное поле, уравнения гидро- и газодинамики, уравнение Шредингера). Вариационные принципы. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных. Теорема Ковалевской.

Тема 6. Обобщенные решения основных краевых задач для уравнений эллиптического типа. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений. Некоторые теоремы вложения функциональных пространств (неравенства Пуанкаре и Стеклова). Задача на собственные значения для эллиптического уравнения (в частности, задача Штурма-Лиувилля). Свойства собственных значений и собственных функций. Вариационный метод решения краевых задач. Разложения в ряды по собственным функциям.

Тема 7. Классические задачи оптимального управления. Понятие оптимальности. Постановка общей задачи оптимального управления. Экстремальные свойства оптимальных управлений и их синтез. Существование решений экстремальных задач и алгоритмы их поиска.

Тема 8. Принцип Лагранжа для необходимых условий экстремума. Принцип максимума Понтрягина. Задача с подвижными концами и условия трансверсальности. Принцип максимума для неавтономных систем. Вариация управлений и траекторий. Вывод условий трансверсальности. Принцип максимума и условие трансверсальности как необходимые условия. Достаточные условия оптимальности управления.

Тема 9. Общий принцип максимума. Уравнение Беллмана и достаточные условия оптимальности. Принцип максимума для неавтономных систем. Оптимальные процессы с параметрами. Изопериметрическая задача и задача с закрепленным временем.

2.2. Тематика практических занятий

Тема 1. Линейные уравнения и системы. Вариация постоянных. Основные неравенства. Теория Флоке. Преобразования Ляпунова. Приводимые системы. Каноническая форма приводимой системы. Теорема Еругина. Матрициант. Теория первого приближения. Характеристические числа Ляпунова и их свойства. Характеристические числа решений линейных уравнений. Правильные системы. Устойчивость характеристических чисел систем линейных уравнений. Критерий положительности характеристических чисел.

Тема 2. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Метод последовательных приближений. Теоремы Фредгольма. Эрмитовы ядра. Теорема Гильберта-Шмидта. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с помощью функции Грина.

Тема 3. Индекс Пуанкаре. Поведение траекторий в бесконечно удаленных частях плоскости. Вращение векторного поля. Индекс простой замкнутой кривой. Поле касательных к замкнутой кривой. Индекс как криволинейный интеграл. Вычисление индекса простых состояний равновесия динамических систем. Преобразование Бендиксона. Сфера Пуанкаре.

Тема 4. Зависимость качественной картины траекторий от параметра. Бифуркационное значение параметра. Бифуркационное состояние равновесия. Появление предельных циклов из сложных предельных циклов, из сложного фокуса и

из сепаратрисы состояния равновесия седло-узел при их исчезновении.

Тема 5. Классификация и канонические формы уравнений в частных производных второго порядка. Постановка основных краевых задач: задача Коши, первая, вторая и третья краевые задачи. Корректность постановки краевых задач. Классические решения основных краевых задач для эллиптических уравнений. Уравнение Лапласа. Основные свойства гармонических функций (формула Грина, теорема о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности). Решение задач Дирихле и Неймана (внутренней и внешней) методом потенциалов. Функция Грина и ее применение к решению краевых задач. Формула Пуассона для шара и круга. Исследование регулярности точек границы. Уравнение Гельмгольца: постановка краевых задач, условия излучения, принципы предельной амплитуды и предельного поглощения.

Тема 6. Уравнения параболического типа. Постановка основных краевых задач. Принцип максимума и единственность. Тепловые потенциалы. Решение смешанной задачи методом разделения переменных (метод Фурье). Обоснование метода Фурье. Обобщение решения. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности (формула Пуассона).

Тема 7. Уравнения гиперболического типа. Постановка основных краевых задач. Интеграл энергии, единственность. Решение смешанной задачи методом Фурье. Обобщенные решения. Решение задачи Коши для волнового уравнения (формулы Даламбера, Пуассона и Кирхгофа). Метод спуска. Распространение волн в пространстве, на плоскости и на прямой. Методы Даламбера и Римана для решения задач Коши и Гурса в случае одного пространственного переменного.

Тема 8. Линейные управляемые процессы. Управляемость: множество достижимости. Управляемость и устойчивость автономных систем. Оптимальное по быстродействию управление для линейных систем.

Тема 9. Синтез оптимальных управлений для некоторых основных нелинейных управляемых систем. Синтез оптимальных по быстродействию управлений с обратной связью для нелинейных систем второго порядка с одной степенью свободы. Метод динамического программирования. Метод последовательных приближений для отыскания оптимальных программных движений. Метод последовательных приближений для решения задачи синтеза оптимальных управлений. Метод направленного поиска коэффициентов усиления в системах управления. Движения нелинейных систем, определяемые краевыми условиями. Метод наискорейшего спуска.

2.3. Тематика лабораторных занятий

Не предусмотрены

3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА АСПИРАНТА.

3.1. План-график выполнения самостоятельной работы аспиранта по дисциплине

Семестр №3

Форма оценочного средства	Условное обозначение	Номер недели															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Коллоквиум	Кл							+								+	
Письменный опрос	ПО			+								+					
Контрольная работа	Кнр						+										+
Индивидуальные домашние задания	ИДЗ	+				+	+		+				+			+	
Реферат	Реф				+										+		

Семестр №4

Форма оценочного средства	Условное обозначение	Номер недели																		
		1,2	3	4,5	6	7,8	9	10	11	12	13	14,15	16	17	18	19	20	21	22	
Коллоквиум	Кл								+									+		
Контрольная работа	Кнр						+												+	
Письменный опрос	ПО				+							+				+				
Индивидуальные домашние задания	ИДЗ	+				+	+		+				+				+			
Реферат	Реф			+											+					

3.2. Характеристика и описание заданий на самостоятельную работу аспиранта;

1. **Коллоквиум** (в переводе с латинского “беседа, разговор”) – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний. Коллоквиум проводится после изучения раздела в форме опроса с билетами. Коллоквиум — форма проверки и оценивания знаний учащихся в системе образования.

Задачи коллоквиума: проверка и контроль полученных знаний по изучаемой теме; расширение проблематики в рамках дополнительных вопросов по данной теме; углубление знаний при помощи использования дополнительных материалов при подготовке к занятию;

Коллоквиум проводится в устной форме. Ответы оцениваются одновременно в традиционной шкале.

Критерии оценки коллоквиума

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение программного материала, полные, последовательные, грамотные и логически излагаемые ответы при видоизменении задания, свободно справляющиеся с поставленными задачами, знания материала, правильно обоснованные принятые решения, .

Оценка «4» - знание программного материала - грамотное изложение, без существенных неточностей в ответе на вопрос, -правильное применение теоретических знаний

Оценка «3» - усвоение основного материала, при ответе допускаются неточности, при ответе недостаточно правильные формулировки, нарушение последовательности в изложении программного материала.

Оценка «2» - не знание программного материала, - при ответе возникают ошибки, затруднения в ответе на наводящие вопросы.

2. **Письменный опрос** – форма проверки и оценивания знаний учащихся в системе образования.

Задачи письменного опроса: входной контроль усвоения знаний, полученных аспирантом.

Ответы оцениваются в традиционной шкале.

Критерии оценки письменного опроса.

Оценка «5» - полные, последовательные грамотные и логически излагаемые ответы.

Оценка «4» - неполное, но грамотное изложение, без существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «3» в ответе допускаются неточности, нарушение последовательности в изложении программного материала.

Оценка «2» - не знание программного материала.

3. **Реферат** - написание сообщения или публичного доклада. Чаще всего это слово употребляется для определения последовательного, убедительного и краткого изложения или написания сущности какого-либо вопроса или темы научно-практического характера.

Требования к содержанию реферата.

Содержание должно быть конкретным, строго соответствовать названию темы, иметь научно-достоверные и новейшие данные, убедительные объяснения «острых» вопросов, яркие примеры и доказательства, четкую последовательность изложения – от простого и известного к сложному и неизвестному.

Реферат считается собственной работой автора и пишется в его редакции, его собственными словами и мыслями. Дословное переписывание литературных данных считается кражей или плагиаторством.

Цитаты или дословные изречения других авторов применяются только для под-

тверждения некоторых фактов и положений реферата. Но при этом необходима обязательная ссылка на автора. Это называется цитированием, оно допущено, но в меру. Употребление в реферате большого количества цитат называется цитатничеством. Оно уже недопустимо. Цитатничество сводит, на нет заслуги автора.

Реферат пишется популярным языком, доступным для массового чтения. Иностранные слова обязательно объясняются. Слова, смысл которых непонятен автору, для написания реферата не употребляются.

3.3. Примерные нормы времени на выполнение внеаудиторной самостоятельной работы аспиранта по каждому заданию

№ семестр	№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Виды СРС	Всего часов
3	1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	1. Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям.	6
			2. Выполнение заданий при подготовке к контрольным работам.	4
			3. Работа со справочными материалами (словарями, энциклопедиями).	3
			4. Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы	9
			5. Выполнение индивидуальных домашних заданий (подготовка докладов, рефератов и т.д.)	6
3	2	Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений	1. Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям.	5,85
			2. Выполнение заданий при подготовке к контрольным работам.	4
			3. Работа со справочными материалами (словарями, энциклопедиями).	3
			4. Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы	7
			5. Выполнение индивидуальных домашних заданий (подготовка докладов, рефератов и т.д.)	5
ИТОГО в семестре				52,85
4	3	Дифференциальные уравнения в частных производных	1. Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям.	1
			2. Выполнение заданий при подготовке к контрольным работам.	1
			3. Работа со справочными материалами (словарями, энциклопедиями).	1
			4. Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы	2
			5. Выполнение индивидуальных домашних заданий (подготовка докладов, рефератов и т.д.)	2
4	4	Оптимальное управление	1. Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям.	1
			2. Выполнение заданий при подготовке к контрольным работам.	1

		3. Работа со справочными материалами (словарями, энциклопедиями).	0,85
		4. Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы	1
		5. Выполнение индивидуальных домашних заданий (подготовка докладов, рефератов и т.д.)	3
ИТОГО в семестре			13,85
Итого			67,7

3.4. Особенности самостоятельной работы аспиранта;

Самостоятельная работа аспирантов является важной компонентой изучения и твердого усвоения учебного материала.

Самостоятельная работа включает в себя следующие виды деятельности:

- 1) проработку лекционного материала,
- 2) подготовку к практическим занятиям,
- 3) выполнение домашних заданий,
- 4) подготовку к ответам на контрольные вопросы,
- 5) подготовку к аудиторным контрольным работам,
- 6) подготовку к зачету и экзаменам.

Лекционный материал необходимо прорабатывать после каждой лекции. При этом нужно прочитать лекционные записи, установить связь материала, прочитанного на лекции, с материалом более ранних лекций, разобрать основные понятия и определения. В некоторых случаях (по заданию преподавателя) – выполнить конспект темы в тетради. Рекомендуется так же просмотреть материал по изучаемой теме в учебниках, рекомендованных в списке литературы.

При подготовке к практическому занятию необходимо выучить основные определения и формулировки теорем, разобрать алгоритмы и примеры решения задач, приведенные на лекции и в теоретическом материале.

Домашнее задание рекомендуется выполнять сразу после практического занятия или в ближайшие дни. При его выполнении можно воспользоваться примерами решения задач, которые в большом количестве имеются в лекционном материале, а так же в учебных пособиях.

3.5. Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы аспиранта

Контрольные вопросы по каждой теме делятся на два уровня. Полный перечень вопросов предоставляется аспирантам после изучения темы на лекции и практическом занятии. Как правило, полноценной проработки лекционного материала и подготовки к практическому занятию достаточно, чтобы успешно ответить на вопросы первого уровня. При подготовке ответов на вопросы второго уровня рекомендуется использовать материалы учебников и учебных пособий, записи, сделанные на лекциях и практических занятиях, и обратиться за консультацией к преподавателю.

Для подготовки к аудиторным контрольным работам, как правило, бывает достаточно активной работы аспиранта на практических занятиях и система-

тического выполнения домашних заданий.

Подготовка к экзамену или зачету для аспиранта, систематически прорабатывавшего теоретический материал, готовившего ответы на контрольные вопросы выполнявшего домашние задания, как правило, заключается в повторении.

3.6. Оценка выполнения самостоятельной работы аспиранта (критерии).

Критерии выполнения самостоятельной работы:

- фрагментарные представления об общей концепции и методологических вопросах теории дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления, истории их формирования и развития, теоретических и практических проблемах;

- сформированные представления об основных теоретических и практических проблемах дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления;

- сформированные представления об основных теоретических и практических проблемах теории дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления, для реализации исследований по профилю направленности подготовки;

- сформированные представления об основных теоретических и практических проблемах, обработки результатов исследований по профилю направления подготовки.

Критериями оценок результатов внеаудиторной (самостоятельной) работы аспиранта являются:

- уровень освоения учебного материала;

- умения использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

- обоснованность и четкость изложения ответа;

Критерии оценки письменных работ:

- требуемый объем и структура работы;

- логика изложения материала;

- использование соответствующей терминологии, стиля изложения;

- повествование от третьего лица;

- наличие ссылок на источники информации;

- постановка вопросов и степень их раскрытия;

- формулировка выводов по итогам работы.

4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

- Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

- Описание шкал оценивания

- Описание шкал оценивания (критериев) результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций.

1. Оценка «не зачтено» ставится аспиранту, не овладевшему ни одним из элементов компетенции, т.е. обнаружившему существенные пробелы в знании основного программного материала по дисциплине, допустившему принципиальные ошибки при применении теоретических знаний, которые не позволяют ему продолжить обучение или приступить к практической деятельности без дополнительной подготовки по данной дисциплине.

2. Оценка «зачтено» ставится аспиранту, овладевшему элементами компетенции «знать», т.е. проявившему знания основного программного материала по дисциплине в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности, знакомому с основной рекомендованной литературой, допустившему неточности в ответе на экзамене, но в основном обладающему необходимыми знаниями для их устранения при корректировке со стороны экзаменатора.

3. Оценка «зачтено» ставится аспиранту, овладевшему элементами компетенции «знать» и «уметь», проявившему полное знание программного материала по дисциплине, освоившему основную рекомендованную литературу, обнаружившему стабильный характер знаний и умений и способному к их самостоятельному применению и обновлению в ходе последующего обучения и практической деятельности.

4. Оценка «зачтено» ставится аспиранту, овладевшему элементами компетенции «знать», «уметь» и «владеть», проявившему всесторонние и глубокие знания программного материала по дисциплине, освоившему основную и дополнительную литературу, обнаружившему творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании усвоенных знаний.

Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕ- ЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине и ШКАЛА оценивания		ПРОЦЕДУ- РЫ ОЦЕНИ- ВАНИЯ
	Пороговый	Повышенный	
<p><u>УК-1</u> <u>Знать.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Основных понятий теорий дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления проблемы. 2. Классических методов исследования динамических систем и оптимального управления 3. Современных научных достижений в области исследования систем дифференциальных уравнений. <p><u>Уметь.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Находить, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; 2. Критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; 3. Находить альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать их потенциал. <p><u>Владеть.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях. 2. Навыками генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач. 	<p>В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>Сформированное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p>	<p>Письменный опрос, коллоквиум, зачет, реферат/статья,</p>
<p><u>УК-5</u> <u>Знать.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Возможных сфер и направлений профессиональной самореализации; 2. Приемов и технологий целеполагания и целереализации; 3. Пути достижения более высоких уровней профессионального 	<p>Владеет некоторыми способами выявления и оценки индивидуально-личностных и профессионально-значимых качеств, не-</p>	<p>Владеет системой способов выявления и оценки индивидуально-личностных и профессионально-значимых качеств, необходимых для профес-</p>	<p>практические контрольные задания, задания на установление правильной последовательности, взаимосвя-</p>

<p>и личного развития.</p> <p><u>Уметь.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Выявлять и формулировать проблемы собственного развития, исходя из этапов профессионального роста и требований рынка труда к специалисту; 2. Формулировать цели профессионального и личностного развития. 3. Оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей. <p><u>Владеть.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Навыками планирования и решения задач научно-исследовательской работы. 2. Навыками планирования и решения задач учебно-методической работы. <p>Навыками повышения профессионального педагогического мастерства.</p>	<p>обходимых для выполнения профессиональной деятельности, при этом не демонстрирует способность оценки этих качеств и выделения конкретных путей их совершенствования.</p>	<p>сиональной самореализации, и определяет адекватные пути самосовершенствования</p>	<p>занности действий, выяснения влияния различных факторов на результаты выполнения задания зачет, реферат.</p>
<p><u>ОПК-1</u></p> <p><u>Знать.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Наиболее важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей. 4. Современные методы исследования решений математических задач. <p><u>Уметь.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики 4. Разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математики, механики, естественных наук <p><u>Владеть:</u></p> <p>Навыками построения и исследования математических моделей в естественных науках.</p>	<p>неполные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях</p>	<p>сформированные систематические представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях</p>	<p>Контрольная работа, письменный опрос, коллоквиум, зачет, реферат.</p>
<p><u>ПК-1</u></p> <p><u>Знать.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определения основных понятий в области дифференциальных уравнений и динамических систем. 	<p>способен чётко сформулировать проблему, наметить план и предложить способы её</p>	<p>способен самостоятельно решить проблему</p>	<p>практические контрольные задания, задания на принятие решения в не-</p>

<p>2. Смысл фундаментальных теорем, схемы их доказательств, класс задач, решение которых может быть найдено методами этой теории.</p> <p><u>Уметь.</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Формулировать проблему и ставить задачи для ее решения. 2. Определять методы для решения поставленных задач. 3. Анализировать полученные результаты, указать область их применения, 4. Составлять краткий и содержательный доклад о методах решения задач и полученных результатах. <p><u>Владеть:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Навыками планирования, анализа, учебно-познавательной деятельности. 	<p>решения</p>		<p>стандартной ситуации (ситуации выбора, многоальтернативности решений, проблемной ситуации), задания на оценку последствий принятых решений, зачет, реферат.</p>
<p><u>ПК-4</u></p> <p><u>Знать:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Достаточно глубоко теорию дифференциальных уравнений; 2. Основные принципы построения математических моделей; 3. Класс наиболее общих проблем, исследование которых может быть выполнено методами математического моделирования, численными методами, комплексом компьютерных программ. <p><u>Уметь:</u> уметь анализировать поставленную задачу, определить главные факторы, влияющие на развитие процесса, построить адекватную математическую модель, написать компьютерную программу для решения поставленной задачи.</p> <p><u>Владеть:</u> владеть методами математического моделирования, численными методами, методикой написания компьютерных программ для исследования достаточно общих проблем в смежных науках.</p>	<p>Способен проанализировать поставленную задачу, построить адекватную математическую модель, написать часть компьютерной программы для решения поставленной задачи</p>	<p>Способен проанализировать поставленную задачу и определить главные факторы, влияющие на развитие процесса, построить адекватную математическую модель, написать компьютерную программу для решения поставленной задачи</p>	<p>Письменный опрос, защита рефератов, коллоквиум, выполнение контрольных работ, зачет, реферат.</p>

4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций

№ с е м е с т р а	№ р а з д е л а	Виды контроля и аттеста- ции (ВК, Тат, ПрАт)	Наименование раздела учеб- ной дисципли- ны	Оценочные средства		
				Форма	Количество вопросов в задании	Количество независимых вариантов
3	1	а) входной контроль б) текущая аттестация	Обыкновенные дифференциальные уравнения	а) Письменный опрос	3	3
				б) Коллоквиум, устный и письменный отчет,	2	3
				Контрольная работа,	3	3
				Защита электронного реферата-презентации.	1	3
3	2	а) входной контроль б) текущая аттестация	Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений	а) Письменный опрос	3	3
				б) Коллоквиум, устный и письменный отчет,	3	3
				контрольная работа	3	3
				защита электронного реферата-презентации,	1	3
3	1,2	ПрАт	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений	Зачет	3	10

№ с е м е с т р а	№ р а з д е л а	Виды контроля и аттеста- ции (ВК, Тат, ПрАт)	Наименование раздела учеб- ной дисципли- ны	Оценочные средства		
				Форма	Количество вопросов в задании	Количество независимых вариантов
4	3	а) входной контроль б) текущая аттестация	Дифференциаль- ные уравнения в частных произ- водных	а) Письменный опрос	2	3
				б) Коллоквиум, устный и пись- менный отчет;	3	3
				Контрольная ра- бота;	3	3
				Защита электрон- ного реферата- презентации,	1	3
4	4	а) входной контроль б) текущая аттестация	Оптимальное управление	а) Письменный опрос	2	3
				б) Коллоквиум, устный и пись- менный отчет;	3	3
				Контрольная ра- бота	3	3
				Защита электрон- ного реферата- презентации,	1	3

4.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения.

Вид контроля	Форма контроля	Примеры оценочных средств
ВК	Письменный опрос	1. Дать определение устойчивого состояния равновесия. Сформулировать определение фазового пространства. 2. Дать определение предельного цикла первого и второго рода. 3. Сформулировать определение устойчивого предельного цикла.

Тат	Контрольная работа № 1	<p>1. Каково фазовое пространство системы $\dot{x} = f(\sin x, \cos y)$, $\dot{y} = g(\sin x, \cos y)$ у которой правые части f и g суть периодические функции по обеим переменным?</p> <p>2. Докажите, что нулевое решение системы $\dot{x} = -axy^4$, $\dot{y} = byx^4$, $a > 0$, $b > 0$ устойчиво. Объясните, почему оно не является асимптотически устойчивым.</p> <p>3. Для системы $\dot{x} = \mu x - 2y - a^2 x(x^2 + y^2)^2$, $\dot{y} = 2x + \mu y - b^2 y(x^2 + y^2)^2$ определите тип и устойчивость положения равновесия $x = y = 0$ в зависимости от значений μ. Докажите, что при $\mu > 0$ существует устойчивый предельный цикл.</p>
	Коллоквиум по разделу №1	<p>1. Непрерывная зависимость решений от параметров.</p> <p>2. Расположение интегральных кривых в нормальной области в зависимости от корней характеристического уравнения.</p>
	Защита электронного реферата-презентации	<p>1. Состояния равновесия системы дифференциальных уравнений второго порядка. Предельные циклы первого и второго рода. Сделать электронную реализацию проверки типа состояния равновесия для системы дифференциальных уравнений второго порядка. Используя средства компьютерной графики, проиллюстрировать предельные циклы первого и второго рода.</p>
ВК	Письменный опрос	<p>1. Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака, Драгилева, принцип симметрии).</p> <p>2. Поведение сепаратрисы седла в грубых системах</p> <p>3. Простые, сложные, грубые предельные циклы.</p>
Тат	Контрольная работа № 2	<p>1. Являются ли взаимосвязанными частота ω собственных колебаний нелинейной консервативной системы и амплитуда колебаний.</p> <p>2. Дано уравнение $\ddot{x} + \omega_0^2 x + \mu x^2 = F_1 \cos \Omega_1 t + F_2 \cos \Omega_2 t$, $0 < \mu \ll 1$. Докажите существование комбинационных тонов в спектре вынужденных колебаний.</p> <p>3. Сколько имеется областей параметрического резонанса уравнение Матьё.</p>
	Коллоквиум по разделу №2	<p>1. Проблема различения центра и фокуса. Необходимые и достаточные условия существования центра.</p> <p>2. Необходимые и достаточные условия грубости.</p>
	Защита электронного реферата-презентации	<p>1. Типы предельных циклов. Используя пакет Maple, проиллюстрировать типы предельных циклов.</p>

ПрАт	Зачет	<p align="center">Билет № 1</p> <p>1. Автоколебания в обобщенной модели Лотка-Вольтерра. 2. Метод Пуанкаре для неавтономных систем. 3. Найдите периодические режимы в системе $\ddot{x} + x = -\alpha\dot{x} - \beta x^2 - \gamma \dot{x}^5$ где $\beta < 0, \gamma > 0$. Исследуйте устойчивость найденных решений.</p>
Вид контроля	Форма контроля	Примеры оценочных средств
ВК	Письменный опрос по разделу № 3	<p>1. Дать классификацию и канонические формы уравнений в частных производных второго порядка. 2. Дать определение уравнения параболического типа. 3. Сформулировать основные краевые задачи: задача Коши, первая, вторая и третья краевые задачи.</p>
Тат	Защита электронного реферата презентации по разделу № 3	<p>1. Теорема Ковалевской. Обобщенные решения основных краевых задач для уравнений эллиптического типа.</p>
	Контрольная работа по разделу №3	<p>1. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения $(y+z)\partial u/\partial x + (x+z)\partial u/\partial y + (x+y)\partial u/\partial z = u$ 2. Найти поверхность, удовлетворяющую уравнению $x\partial z/\partial x + y\partial z/\partial y = 2xy$ и проходящую через линию $y=x, z=x^2$ 3. Определить тип уравнения, привести его к каноническому виду и найти общее решение этого уравнения: $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + u_x - u_y = 0$</p>
	Коллоквиум по разделу №3	<p>1. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных (колебательные процессы, теплопроводность и диффузия, электромагнитное поле, уравнения гидродинамики, уравнение Шредингера) 2. Вариационные принципы. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных.</p>
ВК	Письменный опрос по разделу №4	<p>1. Дать определение оптимального управления. 2. Оптимальное по быстродействию управление для линейных систем 3. Метод последовательных приближений для решения задачи синтеза оптимальных управлений.</p>
	Защита электронного реферата презентации по разделу № 4	<p>1. Линейные управляемые процессы. 2. Управляемость и устойчивость автономных систем. Сделать электронную реализацию проверки типа состояния равновесия для системы дифференциальных уравнений второго порядка. Используя средства компьютерной графики, проиллюстрировать управляемость и устойчивость автономных систем.</p>
	Коллоквиум по разделу № 4	<p>1. Дать определение оптимального по быстродействию управление для линейных систем. 2. Привести положения метода направленного поиска коэффициентов усиления в системах управления. 3. Сформулировать основные положения метода наискорейшего спуска.</p>

	Контрольная работа по разделу №4	<p>1. Для объекта первого порядка $x' = ax + u, a < 0$ найти ограниченное $u(t) \leq 1$ уравнение, при котором:</p> <p>а) состояние объекта достигает из $x(0) = 0$ в момент $T = 1$ максимального значения;</p> <p>б) объект с параметром $a = 1$, двигаясь из состояния $x(0) = 1$ в момент $T = 1$ доставляет максимальное значение функционалу</p> $J = \int_0^T (x(t) - 0,5(t)) dt$ <p>2. Построить для нелинейной системы $x_1' = u, x_2' = -x_1^2 + u , u(t) \leq 1$, фазовую картину синтеза оптимального по быстродействию управления для перевода ее из произвольного начального состояния в начало координат. Показать что на траекториях движения возникают условия скользящего режима.</p> <p>3. Найти для объекта $x'(t) = u(t), x(0) = 2$ управление которое минимизирует функционал качества движения</p> $J = 0,5 \int_0^T u^2 dt + 0,5x^2(T) + 0,5(T-1)^2$
--	----------------------------------	---

Примерные вопросы и задания к зачету.

1. Теоремы существования Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано. Продолжение решений.
2. Непрерывная зависимость и дифференцируемость по начальным данным. Непрерывная зависимость решений от параметров.
3. Первые интегралы. Дифференциальные неравенства.
4. Неравенство Гронуола. Верхнее и нижнее решение.
5. Теорема Уитнера. Оценка разности двух решений.
6. Теорема единственности.
7. Теоремы об устойчивости и неустойчивости. Устойчивость линейных систем.
8. Устойчивость периодических движений.
9. Второй метод Ляпунова для неустановившихся движений. Теорема Четаева.
10. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами. Характеристическое уравнение.
11. Нелинейные уравнения с периодическими коэффициентами. Критерии устойчивости по первому приближению.
12. Динамические системы на плоскости. Предельные точки и множества. Их структура.
13. Свойства предельных траекторий. Теорема о наличии состояния равновесия внутри замкнутой траектории.
14. Основная теорема о состояниях равновесия. Особые точки. Классификация.
15. Исключительные направления. Нормальные области. Поведение интегральных кривых в нормальной области.
16. Характеристическое уравнение алгебраической системы. Расположение интегральных кривых в нормальной области в зависимости от корней характеристического уравнения.
17. Первая проблема различения. Лемма Лона.

18. Вторая проблема различения. Теорема Лона.
 19. Аналитические критерии для различных типов особых точек второй группы.
 20. Проблема различения центра и фокуса. Необходимые и достаточные условия существования центра.
 21. Периодические решения уравнений первого порядка.
 22. Предельные циклы и теории контактов.
 23. Автоколебания.
 24. Точечные преобразования и предельные циклы.
 25. Устойчивость неподвижной точки.
 26. Теорема Кенигса.
 27. Условия устойчивости предельного цикла.
 28. Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака, Драгилева, принцип симметрии).
 29. Виды и свойства предельных циклов.
 30. Грубые системы. Грубые состояния равновесия.
 31. Простые, сложные, грубые предельные циклы.
 32. Поведение сепаратрисы седла в грубых системах.
 33. Необходимые и достаточные условия грубости.
 34. Предельные циклы, зависящие от параметра. Кратные предельные циклы.
- Поведение предельных циклов при малых изменениях параметра.
35. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных (колебательные процессы, теплопроводность и диффузия, электромагнитное поле, уравнения гидро- и газодинамики, уравнение Шредингера).
 36. Вариационные принципы. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных.
 37. Теорема Ковалевской.
 38. Обобщенные решения основных краевых задач для уравнений эллиптического типа.
 39. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений.
 40. Некоторые теоремы вложения функциональных пространств (неравенства Пуанкаре и Стеклова).
 41. Задача на собственные значения для эллиптического уравнения (в частности, задача Штурма-Лиувилля).
 42. Свойства собственных значений и собственных функций. Вариационный метод решения краевых задач.
 43. Разложения в ряды по собственным функциям.
 44. Классические задачи оптимального управления.
 45. Понятие оптимальности. Постановка общей задачи оптимального управления.
 46. Экстремальные свойства оптимальных управлений и их синтез.
 47. Существование решений экстремальных задач и алгоритмы их поиска.
 48. Принцип Лагранжа для необходимых условий экстремума.
 49. Принцип максимума Понтрягина.
 50. Задача с подвижными концами и условия трансверсальности.
 51. Принцип максимума для неавтономных систем.
 52. Вариация управлений и траекторий. Вывод условий трансверсальности.
 53. Принцип максимума и условие трансверсальности как необходимые условия.
 54. Достаточные условия оптимальности управления.
 55. Общий принцип максимума.

56. Уравнение Беллмана и достаточные условия оптимальности.
57. Принцип максимума для неавтономных систем.
58. Оптимальные процессы с параметрами.
59. Изопериметрическая задача и задача с закрепленным временем.
60. Линейные уравнения и системы. Вариация постоянных. Основные неравенства.
61. Теория Флоке.
62. Преобразования Ляпунова.
63. Приводимые системы.
64. Каноническая форма приводимой системы.
65. Теорема Еругина.
66. Матрициант.
67. Теория первого приближения.
68. Характеристические числа Ляпунова и их свойства.
69. Характеристические числа решений линейных уравнений. Правильные системы.
70. Устойчивость характеристических чисел систем линейных уравнений. Критерий положительности характеристических чисел.
71. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.
72. Метод последовательных приближений.
73. Теоремы Фредгольма.
74. Эрмитовы ядра.
75. Теорема Гильберта-Шмидта. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с помощью функции Грина.
76. Индекс Пуанкаре.
77. Поведение траекторий в бесконечно удаленных частях плоскости.
78. Вращение векторного поля. Индекс простой замкнутой кривой.
79. Поле касательных к замкнутой кривой.
80. Индекс как криволинейный интеграл.
81. Вычисление индекса простых состояний равновесия динамических систем.
82. Преобразование Бендиксона.
83. Сфера Пуанкаре.
84. Зависимость качественной картины траекторий от параметра.
85. Бифуркационное значение параметра. Бифуркационное состояние равновесия.
86. Появление предельных циклов из сложных предельных циклов, из сложного фокуса и из сепаратрисы состояния равновесия седло-узел при их исчезновении.
87. Классификация и канонические формы уравнений в частных производных второго порядка.
88. Постановка основных краевых задач: задача Коши, первая, вторая и третья краевые задачи.
89. Корректность постановки краевых задач. Классические решения основных краевых задач для эллиптических уравнений.
90. Уравнение Лапласа. Основные свойства гармонических функций (формула Грина, теорема о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности).
91. Решение задач Дирихле и Неймана (внутренней и внешней) методом потенциалов.
92. Функция Грина и ее применение к решению краевых задач.
93. Формула Пуассона для шара и круга.
94. Исследование регулярности точек границы.

95. Уравнение Гельмгольца: постановка краевых задач, условия излучения, принципы предельной амплитуды и предельного поглощения.

96. Уравнения параболического типа. Постановка основных краевых задач. Принцип максимума и единственность. Тепловые потенциалы. Решение смешанной задачи методом разделения переменных (метод Фурье). Обоснование метода Фурье. Обобщение решения. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности (формула Пуассона).

97. Уравнения гиперболического типа. Постановка основных краевых задач.

98. Интеграл энергии, единственность.

99. Решение смешанной задачи методом Фурье.

100. Обобщенные решения. Решение задачи Коши для волнового уравнения (формулы Даламбера, Пуассона и Кирхгофа).

101. Метод спуска. Распространение волн в пространстве, на плоскости и на прямой.

102. Методы Даламбера и Римана для решения задач Коши и Гурса в случае одного пространственного переменного.

103. Линейные управляемые процессы.

104. Управляемость: множество достижимости.

105. Управляемость и устойчивость автономных систем.

106. Оптимальное по быстрдействию управление для линейных систем.

107. Синтез оптимальных управлений для некоторых основных нелинейных управляемых систем.

108. Синтез оптимальных по быстрдействию управлений с обратной связью для нелинейных систем второго порядка с одной степенью свободы

109. Метод динамического программирования

110. Метод последовательных приближений для отыскания оптимальных программных движений.

111. Метод последовательных приближений для решения задачи синтеза оптимальных управлений.

112. Метод направленного поиска коэффициентов усиления в системах управления.

113. Движения нелинейных систем, определяемые краевыми условиями.

114. Метод наискорейшего спуска.

115. Найти особые точки следующих уравнений или систем. Определить их тип. Построить схематически фазовые траектории каждой особой точки

$$\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{x^2 - y + 2} - 2 \\ \dot{y} = \arctg(x^2 + xy) \end{cases}$$

116. Найти особые точки следующих уравнений или систем. Определить их тип. Построить схематически фазовые траектории каждой особой точки

$$\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{(x - y)^2 + 3} - 2 \\ \dot{y} = e^{y^2 - x} - e \end{cases}$$

117. Найти особые точки следующих уравнений или систем. Определить их тип.

Построить схематически фазовые траектории каждой особой точки $\begin{cases} \dot{x} = 1 - e^{x^2 - y^2} \\ \dot{y} = -\ln(1 + y^2) + \ln \end{cases}$

118. Найти первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости (x, \dot{x}) . найти первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости (x, \dot{x}) .

$$\ddot{x} + \left(\frac{x^3 - x}{1 + x^4} \right) = 0$$

119. Найти первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости (x, \dot{x}) .

$$\ddot{x} = 4 - x^2$$

120. Исследовать точность нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева.

$$\begin{cases} \dot{x} = xy - x^3 + y^3; \\ \dot{y} = x^2 - y^3. \end{cases}$$

121. Исследовать точность нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева.

$$\begin{cases} \dot{x} = x^3 + 2xy^2; \\ \dot{y} = x^2y - 6y. \end{cases}$$

122. Исследовать точность нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева.

$$\begin{cases} \dot{x} = y - x + xy; \\ \dot{y} = x - y - x^2 - y^3. \end{cases}$$

123. С помощью теорем об устойчивости неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + \sin y + z \\ \dot{y} = e^{2x} - 1 + 2y + 3z \\ \dot{z} = x + 2y - 5tgz \end{cases}$$

124. С помощью теорем об устойчивости неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2.5xe^x - 3y + \sin x^2 \\ \dot{y} = 2x + ye^{-0.5y^2} - y^4 \cos x \end{cases}$$

125. С помощью теорем об устойчивости неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = tg(y - x) \\ \dot{y} = 2^y - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \end{cases}$$

126. С помощью теорем об устойчивости неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость все состояния равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = e^y - e^x \\ \dot{y} = \sqrt{3x + y^2} - 2 \end{cases}$$

127. С помощью теоремы об устойчивости по первому приближению найти значения параметров a и b , при которых асимптотически устойчиво нулевое решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - 2y + y^2 \\ \dot{y} = x + y + xy \end{cases}$$

128. Используя теорему Пуанкаре-Бендиксона, доказать существование цикла у уравнения или системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -y \\ \dot{y} = -(3 - 2\sqrt{x^2 + 2y^2})y + x \end{cases}$$

129. Используя теорему Пуанкаре-Бендиксона, доказать существование цикла у уравнения или системы

$$\ddot{x} + (\sqrt{x^2 + \dot{x}^2} - 8)\dot{x} + x = 0$$

130. Используя теорему Пуанкаре-Бендиксона, доказать существование цикла у уравнения или системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = (4 - y^2 - 3x^2)y - x \end{cases}$$

131. Методом Пуанкаре найти приближенно периодические решения следующих дифференциальных уравнений $\ddot{x} + 3x = 2 \sin t + \mu \dot{x}^2$

132. Методом Пуанкаре найти приближенно периодические решения следующих дифференциальных уравнений $\ddot{x} + x - x^2 = 0$

133. Методом Пуанкаре найти приближенно периодические решения следующих дифференциальных уравнений $\ddot{x} + x = \mu(8 - 5x^2)\dot{x}$

134. Для объекта второго порядка с моделью движения $x'_1 = x_2; x'_2 = u, x(0) = (2 \ 1)^T$ найти управление, которое переведет объект из начального состояния в состояние покоя за время $T = 4c$ так, чтобы расход энергии на движение был минимальным.

135. Найти для объекта $x'(t) = u(t), x(0) = 2$ управление которое минимизирует функционал качества движения $J = 0,5 \int_0^T u^2 dt + 0,5x^2(T) + 0,5(T-1)^2$

136. Для объекта первого порядка $x' = ax + u, a < 0$ найти ограниченное $|u(t)| \leq 1$ уравнение, при котором:

а) состояние объекта достигает из $x(0) = 0$ в момент $T = 1$ максимального значения;

б) объект с параметром $a = 1$, двигаясь из состояния $x(0) = 1$ в момент $T = 1$ доставляет максимальное значение функционалу $J = \int_0^T (x(t) - 0,5(t))dt$

137. Для системы второго порядка с $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ найти управление которое переводит систему из произвольного начального состояния $x(0)$ на прямую $x_1, x_1(1) + x_2(1) = 3$ так, чтобы минимизировать функционал качества движения

$$J = 0,5 \left(\int_0^1 u^2(t) dt - x_1^2(0) + x_2^2(1) \right).$$

138. Движение системы второго порядка описывается уравнениями. Найти такое ограниченное $|u(t)| \leq 1$ управляющее воздействие, которое переводило бы систему из произвольного начального

$x'_1 = x_2, x'_2 = u, x(0) = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ состояния $x(0)$ в состояние покоя так,

что критерий качества управления $J = \int_0^T (1 + k|u(t)|) dt$, $k > 0$, характеризующий время движения и затраты ресурсов, был минимальным.

139. Для системы $x_1' = x_2$, $x_2' = u$, $x(0)$ найти управление при котором минимизирует функционал

$$a) J = 0,5 \left(\int_0^1 u^2 dt + x_1^2(1) + x_2^2(1) \right);$$

$$б) J = 0,5 \int_0^T (x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt.$$

140. Найти оптимальное управление в карте Лагранжа с закрепленными концами для системы $x_1' = x_2$, $x_2' = x_2 + u$, $x(0) = x^0$, если не ограничено, цель движения

$$J = 0,5 \int_0^T (x^T R_1 x + u^T R_2 u) dt + x^T(T) R_3 x(T).$$

Матрицы R_1, R_2 - положительно-определенные, R_3 положительно полуопределенная. Решить задачу:

- а) используя принцип максимума;
- б) методом динамического программирования.

141. Найти алгоритм управления, который максимально быстро переводит объект, состоящий из двух инерционных и одного интегрирующего звеньев, из положения покоя $y(0) = y^0$ в положение $y(t^*) = y^*$. Внешняя модель объекта

$$W(s; k) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \text{ управление ограничено } |u(t)| \leq U$$

142. Найти управление, оптимально быстро успокаивающее колебательную систему

$$x' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u, |u(t)| \leq 1.$$

143. Построить для нелинейной системы $x_1' = u$, $x_2' = -x_1^2 + |u|$, $|u(t)| \leq 1$, фазовую картину синтеза оптимального по быстродействию управления для перевода ее из произвольного начального состояния в начало координат. Показать что на траекториях движения возникают условия скользящего режима.

Примерная тематика рефератов

1. Нелинейные уравнения с периодическими коэффициентами. Критерии устойчивости по первому приближению.
2. Динамические системы на плоскости. Предельные точки и множества. Их структура.
3. Свойства предельных траекторий. Теорема о наличии состояния равновесия внутри замкнутой траектории.
4. Основная теорема о состояниях равновесия. Особые точки. Классификация.
5. Исключительные направления. Нормальные области. Поведение интегральных кривых в нормальной области.
6. Предельные циклы и теории контактов, теорема Брауэра.
7. Автоколебания радиотехнических моделей.
8. Точечные преобразования и предельные циклы.

9. Устойчивость неподвижной точки, вращение векторного поля.
10. Условия устойчивости предельного цикла, мультипликаторы.
11. Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака, Драгилева, принцип симметрии).
12. Виды и свойства предельных циклов, циклы первого и второго рода..
13. Грубые системы. Грубые состояния равновесия.
14. Простые, сложные, грубые предельные циклы.
15. Поведение сепаратрис седел в системах с цилиндрическим фазовым пространством.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1.Перечень основной и дополнительной литературы

Основная литература

п/п	Авторы, наименование, место издания и издательство, год	Се-мес-тр	Количество экземпляров	
			В библиотеке	На кафедре
1.	Болтянский, В.Г., Лемак, С.С. и др. Оптимальное управление движением [Электронный ресурс] / В.Г. Болтянский, С.С. Лемак. – М. : Физматлит, 2005. – 375 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82277 (дата обращения: 15.04.2020).	3, 4	ЭБС	
2.	Михайлов, В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных [Электронный ресурс] / В.П. Михайлов. – М.: Наука, 1976. – 391 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=468230 (дата обращения: 15.04.2020).	3, 4	ЭБС	1
3.	Понтрягин, Я.С., Болтянский, В.Г., Гамкрелидзе, Р.В., Мищенко, Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] : учебное пособие / Я.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1976. – 393 с.	3, 4	2	1

Дополнительная литература

п/п	Авторы, наименование, место издания и издательство, год	Се-мест-р	Количество экземпляров	
			В библиотеке	На кафедре
1.	Андронов, Витт, А.А., Хайкин, С.Э. Теория колебаний [Электронный ресурс] / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин М. – : Физматгиз, 1959. – 914 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=123658 (дата обращения: 15.04.2020).	3, 4	ЭБС	1
2.	Андронов, А.А., Леонтович, И.И., Гордон, А.Г., Майер, А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка [Электронный ресурс] / А.А. Андронов, И.И. Гордон, А.Г. Майер. М.: Наука, 1966.– 565 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=222208 (дата обращения: 15.04.2020).	3	ЭБС	1

3.	Барбашин, Е.А., Табуева, В.А. Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством [Текст] / Барбашин Е.А., Табуева В.А. – М.: Наука, 1969. – 300 с.	3		1
4.	Бутенин, Н.В., Неймарк, Ю.И., Фуфаев, Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний [Текст] : учебное пособие / Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. – М.: Наука, 1987. – 382 с.	3, 4	-	1
5.	Журавлев, В.Ф., Климов, Д.М. Прикладные методы в теории колебаний [Текст] / Журавлев В.Ф., Климов Д.М. — М.: Наука, 1988. — 328 с.	3, 4	-	1
6.	Мигулин, В.В., Медведев, В.И. Мустель, Е.Р., Парыгин, В.Н. Основы теории колебаний [Текст] / Мигулин, В.В., Медведев, В.И. Мустель, Е.Р., Парыгин, В.Н. — М.: Наука, 1988. — 392 с.	3	-	1

5.2. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. East View [Электронный ресурс] : [база данных]. – Доступ к полным текстам статей научных журналов из сети РГУ имени С. А. Есенина. – Режим доступа: <https://dlib.eastview.com> (дата обращения: 15.04.2020).

2. Moodle [Электронный ресурс] : среда дистанционного обучения/ Ряз. гос. ун-т. – Рязань, [Б.г.]. – Доступ, после регистрации из сети РГУ имени С. А. Есенина, из любой точки, имеющей доступ к Интернету. – Режим доступа: <http://e-learn2.rsu.edu.ru/moodle2> (дата обращения: 15.04.2020).

3. Труды преподавателей [Электронный ресурс]: коллекция // Электронная библиотека Научной библиотеки РГУ имени С. А. Есенина. – Доступ к полным текстам по паролю. – Режим доступа: <http://dspace.rsu.edu.ru/xmlui/handle/123456789/3> (дата обращения: 15.04.2020).

4. Университетская библиотека ONLINE [Электронный ресурс] : электронная библиотека. – Доступ к полным текстам по паролю. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red (дата обращения: 15.04.2020).

5. Электронная библиотека диссертаций [Электронный ресурс] : официальный сайт/ Рос. гос. б-ка. – Москва : Рос. гос. б-ка, 2003 - .- Доступ к полным текстам из комплексного читального зала НБ РГУ имени С. А. Есенина. – Режим доступа: <http://diss.rsl.ru> (дата обращения: 15.04.2020).

5.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : научная электронная библиотека. – Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>, свободный (дата обращения: 15.04.2020).

2. КиберЛенинка [Электронный ресурс] : научная электронная библиотека. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/>, свободный (дата обращения: 15.04.2020).

3. EqWorld. The World of Mathematical Equations [Электронный ресурс] Международный научно-образовательный сайт. Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>, свободный (дата обращения: 15.04.2020).

4. Prezentacya.ru [Электронный ресурс] : образовательный портал. – Режим доступа: <http://prezentacya.ru> , свободный (дата обращения: 15.04.2020).

5. Единое окно доступа к образовательным ресурсам [Электронный ресурс] федеральный портал. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/> , свободный (дата обращения: 15.04.2020).

6. Информационно-коммуникационные технологии в образовании [Электронный ресурс] : система федеральных образовательных порталов. – Режим доступа: <http://www.ict.edu.ru> , свободный (дата обращения: 15.04.2020).

7. Инфоурок [Электронный ресурс] : образовательный портал. – Режим доступа: <https://infourok.ru> , свободный (дата обращения: 15.04.2020).

8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [Электронный ресурс] // Единое окно доступа к образовательным ресурсам. – Режим доступа: <http://fcior.edu.ru> , свободный (дата обращения: 15.04.2020).

5.4. Перечень периодических изданий (конкретных статей)

1. **Терехин М.Т.** Исследование проблемы локальной управляемости нелинейной системы дифференциальных уравнений. Численный метод // Известия РАЕН. Дифференциальные уравнения, 2012, №7, с.54-63.

2. **Турусикова Н.М.** Условия локальной управляемости нелинейной системы дифференциальных уравнений // Известия РАЕН. Дифференциальные уравнения, 2012, №7, с.75-83.

3. **Львова Л.Л.** О разрешимости задач управляемости нелинейных систем // Известия РАЕН. Дифференциальные уравнения. 2000, №3, С.66-72.

4. **Львова Л.Л.** Условия управляемости нелинейных систем // Известия РАЕН., 2000, № 3, С. 73–80.

5. **Розанова Н.В.** Управляемость для нелинейного абстрактного эволюционного управления // Математические заметки. 2004. Т. 76. № 4. С. 553 – 567.

6. **Плисс В. А.** О существовании периодических решений у некоторых нелинейных систем // Доклады АН СССР. 1961. Т. 137, № 5. С. 1060-1073.

7. **Мамонов С.С.** Условия существования предельных циклов второго рода системы дифференциальных уравнений. I // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46, № 5. С. 637 - 646.

8. **Мамонов С.С.** Условия существования предельных циклов второго рода системы дифференциальных уравнений. II / С.С. Мамонов // Дифференциальные уравнения. – 2010. – Т. 46, № 8. – С. 1075–1084.

9. **Мамонов С.С., Ионова И.В.** Применение вращения векторного поля для определения циклов второго рода // Вестник РАЕН. 2014. – Т 14. № 5. – С. 46-54.

10. **Шалфеев В.Д.** К исследованию нелинейной системы частотно-фазовой автоподстройки частоты с одинаковыми интегрирующими фильтрами в фазовой и частотной цепях // Радиопизика, 1969, т.12, №7, с.1037-1051.

11. **Пономаренко В.П., Матросов В.В.** Сложная динамика автогенератора, управляемого петлей частотной автоподстройки // Радиотехника и электроника, 1997, т.42, №9, с.1125-1133.

12. **Мамонов С.С.** Динамика системы частотно-фазовой автоподстройки частоты с фильтрами первого порядка // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Математика, механика, информатика. 2011. Т 11, вып. 1. С. 70-81.

13. **Мамонов С.С., Харламова А.О.** Влияние частотного кольца системы фазовой автоподстройки на условия существования циклов второго рода. // Вестник РАЕН. Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 14. № 5. С. 55–60.

5.5. Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости)

Стандартный набор ПО (в компьютерных классах):

1. Операционная система WindowsPro (договор №Tr000043844 от 22.09.15г.);
2. Антивирус Kaspersky Endpoint Security (договор №14/03/2018-0142от 30/03/2018г.);
3. Офисное приложение Libre Office (свободно распространяемое ПО);
4. Архиватор 7-zip (свободно распространяемое ПО);
5. Браузер изображений Fast Stone ImageViewer (свободно распространяемое ПО);
6. PDF ридер Foxit Reader (свободно распространяемое ПО);
7. Медиа проигрыватель VLC mediaplayer (свободно распространяемое ПО);
8. Запись дисков Image Burn (свободно распространяемое ПО);
9. DJVU браузер DjVuBrowser Plug-in (свободно распространяемое ПО);

Стандартный набор ПО (для кафедральных ноутбуков):

1. Антивирус Kaspersky Endpoint Security (договор №14/03/2018-0142от 30/03/2018г.);
2. Офисное приложение Libre Office (свободно распространяемое ПО);
3. Архиватор 7-zip (свободно распространяемое ПО);
4. Браузер изображений Fast Stone ImageViewer (свободно распространяемое ПО);
5. PDF ридер Foxit Reader (свободно распространяемое ПО);
6. Медиа проигрыватель VLC mediaplayer (свободно распространяемое ПО);
7. Запись дисков Image Burn (свободно распространяемое ПО);

8. DJVU браузер DjVuBrowser Plug-in (свободно распространяемое ПО);

5.6. Описание материально-технической базы.

Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий: стандартно оборудованные аудитории для проведения лекционных и практических занятий – видеопроектор, экран настенный. Компьютерный класс.

Требования к специализированному оборудованию: отсутствует

Приложение 1

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ
СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ**

**ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
(МОДУЛЮ) ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ**

№ п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1.	Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения	УК-1, УК-5, ОПК-1, ПК-1, ПК-4	Зачет, реферат/статья
2.	Раздел 2. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений		
3.	Раздел 3. Дифференциальные уравнения в частных производных		Зачет, реферат/статья
4.	Раздел 4. Оптимальное управление		

ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Индекс компетенции	Содержание компетенции (или ее части)	Элементы компетенции	Индекс элемента
УК 1	<i>способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</i>	знать	
		1 Основные понятия теорий дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления проблемы	УК1 31
		2 Классические методы исследования динамических систем и оптимального управления	УК1 32
		3 Современные научные достижения в области исследования систем дифференциальных уравнений.	УК1 33
		уметь	
		1 Находить, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах	УК1 У1
2 Критически оценивать любую поступающую информацию, вне зави-	УК1 У2		

		симости от источника	
		3 Находить альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать их потенциал.	УК1 У3
		владеть	
		1 Навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	УК1 В1
		2 Навыками генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач	УК1 В2
УК 5	<i>способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития</i>	знать	
		1. Возможные сферы и направления профессиональной самореализации	УК5 31
		2. Приемов и технологий целеполагания и целереализации	УК5 32
		3. Пути достижения более высоких уровней профессионального и личного развития.	УК5 33
		уметь	
		1. Выявлять и формулировать проблемы собственного развития, исходя из этапов профессионального роста и требований рынка труда к специалисту	УК5 У1
		2. Формулировать цели профессионального и личностного развития	УК5 У2
		3. Оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей	УК5 У3
		владеть	
		1. Навыками планирования и решения задач научно-исследовательской работы.	УК5 В1
		2. Навыками планирования и решения задач учебно-методической работы.	УК5 В2
		3. Навыками повышения профессионального педагогического мастерства.	УК5 В3
ОПК-1	<i>способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профес-</i>	знать	
		1. Наиболее важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей.	ОПК1 31
		2. Современные методы исследования решений математических задач.	ОПК1 32

	<i>сиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</i>	уметь	
		1. Применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики	ОПК1 У1
		2 Разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математики, механики, естественных наук	ОПК1 У2
		владеть	
		1 Навыками построения и исследования математических моделей в естественных науках.	ОПК1 В1
ПК-1	<i>готовность к исследованиям в области дифференциальных уравнений и динамических систем</i>	знать	
		1 Определения основных понятий в области дифференциальных уравнений и динамических систем.	ПК1 З1
		2 Смысл фундаментальных теорем, схемы их доказательств, класс задач, решение которых может быть найдено методами этой теории.	ПК1 З2
		уметь	
		1 Формулировать проблему и ставить задачи для ее решения.	ПК1 У1
		2 Определять методы для решения поставленных задач	ПК1 У2
		3 Анализировать полученные результаты, указать область их применения	ПК1 У3
		4 Составлять краткий и содержательный доклад о методах решения задач и полученных результатах.	ПК1 У4
		владеть	
		1 Навыками планирования, анализа, учебно-познавательной деятельности	ПК1 В1
ПК 4	<i>способность к самостоятельной постановке и решению сложных теоретических и прикладных задач в теории динамических систем и оптимального управления</i>	знать	
		1 Теорию дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления	ПК4 З1
		2 Основные принципы построения математических моделей	ПК4 З2
		3 Классы наиболее общих проблем, исследование которых может быть выполнено методами математического моделирования, численными методами, комплексом компьютерных	ПК4 З3

		программ	
		уметь	
		1 Анализировать поставленную задачу	ПК4 У1
		2 Определить главные факторы, влияющие на развитие процесса	ПК4 У2
		3 Построить адекватную математическую модель	ПК4 У3
		4 Написать компьютерную программу для решения поставленной задачи	ПК4 У4
		владеть	
		1 Навыками математического моделирования, численными методами	ПК4 В1
		2 Навыками написания компьютерных программ для исследования достаточно общих проблем в смежных науках	ПК4 В2

КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЗАЧЕТ, РЕФЕРАТ/ СТАТЬЯ)

№	*Содержание оценочного средства	Индекс оцениваемой компетенции и ее элементов
1.	Теоремы существования Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано. Продолжение решений.	УК 1 32, ОПК 1 У1
2.	Непрерывная зависимость и дифференцируемость по начальным данным. Непрерывная зависимость решений от параметров.	УК 1 33, ПК 1 В1,
3.	Первые интегралы. Дифференциальные неравенства.	УК 1 В2, УК 5 В2
4.	Неравенство Гронуола. Верхнее и нижнее решение.	ОПК 1 У1, ПК 1 32
5.	Теорема Уитнера. Оценка разности двух решений.	УК 5 В3, ПК 4 У3
6.	Теорема единственности.	УК 1 У3, ПК 4 32
7.	Теоремы об устойчивости и неустойчивости. Устойчивость линейных систем.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
8.	Устойчивость периодических движений.	УК 1 32, ОПК 1 У1
9.	Второй метод Ляпунова для неустановившихся движений. Теорема Четаева.	УК 1 33, ПК 1 В1,
10.	Линейные уравнения с периодическими коэффициентами. Характеристическое уравнение.	УК 1 В2, УК 5 В2
11.	Нелинейные уравнения с периодическими коэффициентами. Критерии устойчивости по первому приближению.	ОПК 1 У1, ПК 1 32
12.	Динамические системы на плоскости. Предельные точки и множества. Их структура.	УК 5 В3, ПК 4 У3
13.	Свойства предельных траекторий. Теорема о нали-	УК 1 У3, ПК 4 32

	чий состояния равновесия внутри замкнутой траектории.	
14.	Основная теорема о состояниях равновесия. Особые точки. Классификация.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
15.	Исключительные направления. Нормальные области. Поведение интегральных кривых в нормальной области.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
16.	Характеристическое уравнение алгебраической системы. Расположение интегральных кривых в нормальной области в зависимости от корней характеристического уравнения.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
17.	Первая проблема различения. Лемма Лона.	УК 1 В2, УК 5 В2
18.	Вторая проблема различения. Теорема Лона.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
19.	Аналитические критерии для различных типов особых точек второй группы.	УК 5 В3, ПК 4 У3
20.	Проблема различения центра и фокуса. Необходимые и достаточные условия существования центра.	УК 1 У3, ПК 4 З2
21.	Периодические решения уравнений первого порядка.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
22.	Предельные циклы и теории контактов.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
23.	Автоколебания.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
24.	Точечные преобразования и предельные циклы.	УК 1 В2, УК 5 В2
25.	Устойчивость неподвижной точки.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
26.	Теорема Кенигса.	УК 5 В3, ПК 4 У3
27.	Условия устойчивости предельного цикла.	УК 1 У3, ПК 4 З2
28.	Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака, Драгилева, принцип симметрии).	ОПК 1 В1, УК 5 У2
29.	Виды и свойства предельных циклов.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
30.	Грубые системы. Грубые состояния равновесия.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
31.	Простые, сложные, грубые предельные циклы.	УК 1 В2, УК 5 В2
32.	Поведение сепаратрисы седел в грубых системах.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
33.	Необходимые и достаточные условия грубости.	УК 5 В3, ПК 4 У3
34.	Предельные циклы, зависящие от параметра. Кратные предельные циклы. Поведение предельных циклов при малых изменениях параметра.	УК 1 У3, ПК 4 З2
35.	Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных (колебательные процессы, теплопроводность и диффузия, электромагнитное поле, уравнения гидро- и газодинамики, уравнение Шредингера).	ОПК 1 В1, УК 5 У2
36.	Вариационные принципы. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
37.	Теорема Ковалевской.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
38.	Обобщенные решения основных краевых задач для уравнений эллиптического типа.	УК 1 В2, УК 5 В2
39.	Разрешимость краевых задач и гладкость обобщен-	ОПК 1 У1, ПК 1 З2

	ных решений.	
40.	Некоторые теоремы вложения функциональных пространств (неравенства Пуанкаре и Стеклова).	УК 5 В3, ПК 4 У3
41.	Задача на собственные значения для эллиптического уравнения (в частности, задача Штурма-Лиувилля).	УК 1 У3, ПК 4 З2
42.	Свойства собственных значений и собственных функций. Вариационный метод решения краевых задач.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
43.	Разложения в ряды по собственным функциям.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
44.	Классические задачи оптимального управления.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
45.	Понятие оптимальности. Постановка общей задачи оптимального управления.	УК 1 В2, УК 5 В2
46.	Экстремальные свойства оптимальных управлений и их синтез.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
47.	Существование решений экстремальных задач и алгоритмы их поиска.	УК 5 В3, ПК 4 У3
48.	Принцип Лагранжа для необходимых условий экстремума.	УК 1 У3, ПК 4 З2
49.	Принцип максимума Понтрягина.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
50.	Задача с подвижными концами и условия трансверсальности.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
51.	Принцип максимума для неавтономных систем.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
52.	Вариация управлений и траекторий. Вывод условий трансверсальности.	УК 1 В2, УК 5 В2
53.	Принцип максимума и условие трансверсальности как необходимые условия.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
54.	Достаточные условия оптимальности управления.	УК 5 В3, ПК 4 У3
55.	Общий принцип максимума.	УК 1 У3, ПК 4 З2
56.	Уравнение Беллмана и достаточные условия оптимальности.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
57.	Принцип максимума для неавтономных систем.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
58.	Оптимальные процессы с параметрами.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
59.	Изопериметрическая задача и задача с закрепленным временем.	УК 1 В2, УК 5 В2
60.	Линейные уравнения и системы. Вариация постоянных. Основные неравенства.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
61.	Теория Флоке.	УК 5 В3, ПК 4 У3
62.	Преобразования Ляпунова.	УК 1 У3, ПК 4 З2
63.	Приводимые системы.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
64.	Каноническая форма приводимой системы.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
65.	Теорема Еругина.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
66.	Матрициант.	УК 1 В2, УК 5 В2
67.	Теория первого приближения.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
68.	Характеристические числа Ляпунова и их свойства.	УК 5 В3, ПК 4 У3
69.	Характеристические числа решений линейных уравнений. Правильные системы.	УК 1 У3, ПК 4 З2

70.	Устойчивость характеристических чисел систем линейных уравнений. Критерий положительности характеристических чисел.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
71.	Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.	УК 1 З3, ОПК 1 У1
72.	Метод последовательных приближений.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
73.	Теоремы Фредгольма.	УК 1 В2, УК 5 В2
74.	Эрмитовы ядра.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
75.	Теорема Гильберта-Шмидта. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с помощью функции Грина.	УК 5 В3, ПК 4 У3
76.	Индекс Пуанкаре.	УК 1 У3, ПК 4 З2
77.	Поведение траекторий в бесконечно удаленных частях плоскости.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
78.	Вращение векторного поля. Индекс простой замкнутой кривой.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
79.	Поле касательных к замкнутой кривой.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
80.	Индекс как криволинейный интеграл.	УК 1 В2, УК 5 В2
81.	Вычисление индекса простых состояний равновесия динамических систем.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
82.	Преобразование Бендиксона.	УК 5 В3, ПК 4 У3
83.	Сфера Пуанкаре.	УК 1 У3, ПК 4 З2
84.	Зависимость качественной картины траекторий от параметра.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
85.	Бифуркационное значение параметра. Бифуркационное состояние равновесия.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
86.	Появление предельных циклов из сложных предельных циклов, из сложного фокуса и из сепаратрисы состояния равновесия седло-узел при их исчезновении.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
87.	Классификация и канонические формы уравнений в частных производных второго порядка.	УК 1 В2, УК 5 В2
88.	Постановка основных краевых задач: задача Коши, первая, вторая и третья краевые задачи.	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
89.	Корректность постановки краевых задач. Классические решения основных краевых задач для эллиптических уравнений.	УК 5 В3, ПК 4 У3
90.	Уравнение Лапласа. Основные свойства гармонических функций (формула Грина, теорема о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности).	УК 1 У3, ПК 4 З2
91.	Решение задач Дирихле и Неймана (внутренней и внешней) методом потенциалов.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
92.	Функция Грина и ее применение к решению краевых задач.	УК 1 З2, ОПК 1 У1
93.	Формула Пуассона для шара и круга.	УК 1 З3, ПК 1 В1,
94.	Исследование регулярности точек границы.	УК 1 В2, УК 5 В2
95.	Уравнение Гельмгольца: постановка краевых задач,	ОПК 1 У1, ПК 1 З2

	условия излучения, принципы предельной амплитуды и предельного поглощения.	
96.	Уравнения параболического типа. Постановка основных краевых задач. Принцип максимума и единственность. Тепловые потенциалы. Решение смешанной задачи методом разделения переменной (метод Фурье). Обоснование метода Фурье. Обобщение решения. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности (формула Пуассона).	УК 5 В3, ПК 4 У3
97.	Уравнения гиперболического типа. Постановка основных краевых задач.	УК 1 У3, ПК 4 32
98.	Интеграл энергии, единственность.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
99.	Решение смешанной задачи методом Фурье.	УК 1 32, ОПК 1 У1
100.	Обобщенные решения. Решение задачи Коши для волнового уравнения (формулы Даламбера, Пуассона и Кирхгофа).	УК 1 33, ПК 1 В1,
101.	Метод спуска. Распространение волн в пространстве, на плоскости и на прямой.	УК 1 В2, УК 5 В2
102.	Методы Даламбера и Римана для решения задач Коши и Гурса в случае одного пространственного переменного.	ОПК 1 У1, ПК 1 32
103.	Линейные управляемые процессы.	УК 5 В3, ПК 4 У3
104.	Управляемость: множество достижимости.	УК 1 У3, ПК 4 32
105.	Управляемость и устойчивость автономных систем.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
106.	Оптимальное по быстродействию управление для линейных систем.	УК 1 32, ОПК 1 У1
107.	Синтез оптимальных управлений для некоторых основных нелинейных управляемых систем.	УК 1 33, ПК 1 В1,
108.	Синтез оптимальных по быстродействию управлений с обратной связью для нелинейных систем второго порядка с одной степенью свободы	УК 1 В2, УК 5 В2
109.	Метод динамического программирования	ОПК 1 У1, ПК 1 32
110.	Метод последовательных приближений для отыскания оптимальных программных движений.	УК 5 В3, ПК 4 У3
111.	Метод последовательных приближений для решения задачи синтеза оптимальных управлений.	УК 1 У3, ПК 4 32
112.	Метод направленного поиска коэффициентов усиления в системах управления.	ОПК 1 В1, УК 5 У2
113.	Движения нелинейных систем, определяемые краевыми условиями.	УК 1 32, ОПК 1 У1
114.	Метод наискорейшего спуска.	УК 1 33, ПК 1 В1,
115.	Найти особые точки следующих уравнений или систем. Определить их тип. Построить схематически фазовые траектории каждой особой точки $\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{x^2 - y + 2} - 2 \\ \dot{y} = \arctg(x^2 + xy) \end{cases}$	УК 1 В2, УК 5 В2
116.	Найти особые точки следующих уравнений или си-	ОПК 1 У1, ПК 1 32

	<p>стем. Определить их тип. Построить схематически фазовые траектории каждой особой точки</p> $\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{(x-y)^2 + 3} - 2 \\ \dot{y} = e^{y^{2-x}} - e \end{cases}$	
117.	<p>Найти особые точки следующих уравнений или систем. Определить их тип. Построить схематически фазовые траектории каждой особой точки</p> $\begin{cases} \dot{x} = 1 - e^{x^2-y^2} \\ \dot{y} = -\ln(1+y^2) + \ln \end{cases}$	УК 5 В3, ПК 4 У3
118.	<p>Найти первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости (x, \dot{x}). найти первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости (x, \dot{x}). $\ddot{x} + \left(\frac{x^3 - x}{1 + x^4}\right) = 0$</p>	УК 1 У3, ПК 4 32
119.	<p>Найти первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости (x, \dot{x}). $\ddot{x} = 4 - x^2$</p>	ОПК 1 В1, УК 5 У2
120.	<p>Исследовать точность нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева. $\begin{cases} \dot{x} = xy - x^3 + y^3; \\ \dot{y} = x^2 - y^3. \end{cases}$</p>	УК 1 32, ОПК 1 У1
121.	<p>Исследовать точность нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева. $\begin{cases} \dot{x} = x^3 + 2xy^2; \\ \dot{y} = x^2y - 6y. \end{cases}$</p>	УК 1 33, ПК 1 В1,
122.	<p>Исследовать точность нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Четаева. $\begin{cases} \dot{x} = y - x + xy; \\ \dot{y} = x - y - x^2 - y^3. \end{cases}$</p>	УК 1 В2, УК 5 В2
123.	<p>С помощью теорем об устойчивости неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы:</p> $\begin{cases} \dot{x} = -3x + \sin y + z \\ \dot{y} = e^{2x} - 1 + 2y + 3z \\ \dot{z} = x + 2y - 5tgz \end{cases}$	ОПК 1 У1, ПК 1 32
124.	<p>С помощью теорем об устойчивости неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы:</p> $\begin{cases} \dot{x} = 2.5xe^x - 3y + \sin x^2 \\ \dot{y} = 2x + ye^{-0.5y^2} - y^4 \cos x \end{cases}$	УК 5 В3, ПК 4 У3
125.	<p>С помощью теорем об устойчивости неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы:</p>	УК 1 У3, ПК 4 32

	$\begin{cases} \dot{x} = tg(y - x) \\ \dot{y} = 2^y - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \end{cases}$	
126.	<p>С помощью теорем об устойчивости неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость все состояния равновесия системы</p> $\begin{cases} \dot{x} = e^y - e^x \\ \dot{y} = \sqrt{3x + y^2} - 2 \end{cases}$	ОПК 1 В1, УК 5 У2
127.	<p>С помощью теоремы об устойчивости по первому приближению найти значения параметров a и b, при которых асимптотически устойчиво нулевое решение системы:</p> $\begin{cases} \dot{x} = ax - 2y + y^2 \\ \dot{y} = x + y + xy \end{cases}$	УК 1 32, ОПК 1 У1
128.	<p>Используя теорему Пуанкаре-Бендиксона, доказать существование цикла у уравнения или системы</p> $\begin{cases} \dot{x} = -y \\ \dot{y} = -(3 - 2\sqrt{x^2 + 2y^2})y + x \end{cases}$	УК 1 33, ПК 1 В1,
129.	<p>Методом Пуанкаре найти приближенно периодические решения следующих дифференциальных уравнений $\ddot{x} + 3x = 2 \sin t + \mu \dot{x}^2$</p>	УК 1 В2, УК 5 В2
130.	<p>Методом Пуанкаре найти приближенно периодические решения следующих дифференциальных уравнений $\ddot{x} + x - x^2 = 0$</p>	ОПК 1 У1, ПК 1 32
131.	<p>Методом Пуанкаре найти приближенно периодические решения следующих дифференциальных уравнений $\ddot{x} + x = \mu(8 - 5x^2)\dot{x}$</p>	УК 5 В3, ПК 4 У3
132.	<p>Для объекта второго порядка с моделью движения $x'_1 = x_2; x'_2 = u, x(0) = (2 \ 1)^T$ найти управление, которое переведет объект из начального состояния в состояние покоя за время $T = 4c$ так, чтобы расход энергии на движение был минимальным.</p>	УК 1 У3, ПК 4 32
133.	<p>Найти для объекта $x'(t) = u(t), x(0) = 2$ управление которое минимизирует функционал качества движения $J = 0,5 \int_0^T u^2 dt + 0,5x^2(T) + 0,5(T - 1)^2$</p>	ОПК 1 В1, УК 5 У2
134.	<p>Для объекта первого порядка $x' = ax + u, a < 0$ найти ограниченное $u(t) \leq 1$ уравнение, при котором:</p> <p>а) состояние объекта достигает из $x(0) = 0$ в момент $T = 1$ максимального значения;</p> <p>б) объект с параметром $a = 1$, двигаясь из состояния $x(0) = 1$ в момент $T = 1$ доставляет максимальное</p>	УК 1 32, ОПК 1 У1

	значение функционалу $J = \int_0^T (x(t) - 0,5(t))dt$	
135.	<p>Для системы второго порядка с</p> $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ <p>найти управление которое переводит систему из произвольного начального состояния $x(0)$ на прямую $x_1, x_1(1) + x_2(1) = 3$ так, чтобы минимизировать функционал качества движения</p> $J = 0,5 \left(\int_0^1 u^2(t)dt - x_1^2(0) + x_2^2(1) \right).$	УК 1 ЗЗ, ПК 1 В1,
136.	<p>Движение системы второго порядка описывается уравнениями. Найти такое ограниченное $u(t) \leq 1$ управляющее воздействие, которое переводило бы систему из произвольного начального состояния $x(0) = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ в состояние покоя так, что критерий качества управления $J = \int_0^T (1 + k u(t))dt, k > 0$, характеризующий время движения и затраты ресурсов, был минимальным.</p>	УК 1 В2, УК 5 В2
137.	<p>Для системы $x'_1 = x_2, x'_2 = u, x(0)$ найти управление при котором минимизирует функционал</p> <p>а) $J = 0,5 \left(\int_0^1 u^2 dt + x_1^2(1) + x_2^2(1) \right);$</p> <p>б) $J = 0,5 \int_0^T (x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt.$</p>	ОПК 1 У1, ПК 1 З2
138.	<p>Найти оптимальное управление в карте Лагранжа с закрепленными концами для системы $x'_1 = x_2, x'_2 = x_2 + u, x(0) = x^0$, если не ограничено, цель движения</p> $J = 0,5 \int_0^T (x^T R_1 x + u^T R_2 u) dt + x^T(T) R_3 x(T).$ <p>Матрицы R_1, R_2 - положительно-определенные, R_3 положительно полуопределенная. Решить задачу:</p> <p>а) используя принцип максимума;</p> <p>б) методом динамического программирования</p>	УК 5 В3, ПК 4 У3
139.	<p>Используя теорему Пуанкаре-Бендиксона, доказать существование цикла у уравнения или системы</p> $\ddot{x} + (\sqrt{x^2 + \dot{x}^2} - 8)\dot{x} + x = 0$	УК 1 У3, ПК 4 З2

140.	<p>Найти алгоритм управления, который максимально быстро переводит объект, состоящий из двух инерционных и одного интегрирующего звеньев, из положения покоя $y(0) = y^0$ в положение $y(t^*) = y^*$.</p> <p>Внешняя модель объекта $W(s; k) = \frac{k}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$,</p> <p>управление ограничено $u(t) \leq U$</p>	УК 1 32, ОПК 1 У1
141.	<p>Найти управление, оптимально быстро успокаивающее колебательную систему</p> $x' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u, u(t) \leq 1.$	УК 1 33, ПК 1 В1,
142.	<p>Построить для нелинейной системы $x'_1 = u, x'_2 = -x_1^2 + u , u(t) \leq 1$, фазовую картину синтеза оптимального по быстродействию управления для перевода ее из произвольного начального состояния в начало координат. Показать что на траекториях движения возникают условия скользящего режима.</p>	УК 1 В2, УК 5 В2
143.	<p>Используя теорему Пуанкаре-Бендиксона, доказать существование цикла у уравнения или системы</p> $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = (4 - y^2 - 3x^2)y - x \end{cases}$	ОПК 1 У1, ПК 1 32

ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ (Шкалы оценивания)

Результаты выполнения обучающимся заданий на зачете оцениваются по шкале «зачтено» - «не зачтено», на экзамене - по пятибалльной шкале (*выбрать необходимое*).

В основе оценивания лежат критерии порогового и повышенного уровня характеристик компетенций или их составляющих частей, формируемых на учебных занятиях по дисциплине

«зачтено» – оценка соответствует повышенному уровню и выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

«зачтено» - оценка соответствует повышенному уровню и выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос или

выполнении заданий, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

«зачтено» - оценка соответствует пороговому уровню и выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, демонстрирует недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

«не зачтено» - оценка выставляется обучающемуся, который не достигает порогового уровня, демонстрирует непонимание проблемы, не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.