

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ С.А. ЕСЕНИНА»

Утверждаю

Декан физико-математического факультета



Федорова Н.Б.

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Обыкновенные дифференциальные уравнения»**

Уровень основной образовательной программы – **подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре**

Направление подготовки – **01.06.01 Математика и механика**

Направленность (профиль) – **Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

Форма обучения - **заочная**

Срок освоения ООП – **5 лет**

Факультет (институт) – **физико-математический**

Кафедра – **математики и методики преподавания математических дисциплин**

Язык преподавания - **русский**

Рязань, 2016

## ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Современные технологии обучения математике и механике в высшей школе» является формирование универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, установленных ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», и знакомство аспирантов с многообразием современных технологий обучения. Приобретение аспирантами знаний и умений по классификации обыкновенных дифференциальных уравнений; освоение аспирантами методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений; развитию у аспирантов способностей к самостоятельному использованию приобретенных знаний в своей профессиональной деятельности, формированию соответствующих компетенций. Изучение дисциплины позволит овладеть необходимыми знаниями и умениями, которые потребуются аспирантам для выполнения научной работы.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО аспирантуры

2.1. Учебная дисциплина «Обыкновенные дифференциальные уравнения» относится к вариативной части Блока 1. Дисциплины, дисциплины по выбору, реализуется на втором году обучения в третьем семестре.

2.2. Для изучения данной дисциплины «Обыкновенные дифференциальные уравнения» необходимы следующие знания, умения и владения, формируемые дисциплинами предшествующих уровней образования:

#### **Дифференциальные уравнения**

Знания: основные понятия, определения и свойства объектов теории систем дифференциальных уравнений; формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы и их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания; методы исследования конкретных систем дифференциальных уравнений.

Умения: доказывать утверждения теории систем дифференциальных уравнений; решать задачи теории систем дифференциальных уравнений; применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Владение: аппаратом теории систем дифференциальных уравнений; методами доказательства утверждений; аппаратом навыками применения теории дифференциальных уравнений в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

#### **Математический анализ**

Знания: основные понятия, утверждения и формулы математического анализа.

Умения: оперировать понятиями, утверждениями и формулами математического анализа.

Владение: навыками применения методов математического анализа.

### **Функциональный анализ**

Знания: понятие метрического пространства.

Умения: оперировать понятиями и категориями.

Владение: терминологией и методами функционального анализа.

### **Теория функций действительного переменного**

Знания: основные понятия и определения теории функций действительного переменного.

Умения: доказывать фундаментальные теоремы теории функций действительного переменного.

Владение: аппаратом теории функций действительного переменного; навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### **Алгебра**

Знания: основные понятия из теории матриц: операции над матрицами, характеристические числа и собственные векторы матриц.

Умения: производить основные операции над матрицами; находить характеристические числа и собственные векторы матриц и анализировать взаимосвязь характеристических чисел и собственных векторов

Владение: терминологией из теории матриц; навыками использования матриц при решении систем линейных уравнений.

## **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

<b>Формируемые компетенции (код компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>
<i>УК-1</i>	<b>Знать:</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Основные методы научно-исследовательской деятельности.</li><li>2. Современных научных достижений в области исследования систем дифференциальных уравнений.</li></ol> <b>Уметь:</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах.</li><li>2. Критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника.</li><li>3. Генерировать новые идеи при решении профессиональных задач.</li></ol> <b>Владеть:</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации, связанной с профессиональной деятельностью.</li><li>2. Навыками выбора методов и средств решения задач исследования.</li></ol>
<i>УК-5</i>	<b><u>Знать:</u></b>

	<p>1. Возможные сферы и направления профессиональной самореализации.</p> <p>2. Приемы и технологии целеполагания и целереализации.</p> <p>3. Способы достижения более высоких уровней профессионального и личного развития.</p> <p><b><u>Уметь:</u></b></p> <p>1. Выявлять и формулировать проблемы собственного развития, исходя из этапов профессионального роста и требований рынка труда к специалисту.</p> <p>2. Формулировать цели профессионального и личностного развития, оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей.</p> <p><b><u>Владеть :</u></b></p> <p>1. Приемами целеполагания, планирования, реализации необходимых видов деятельности,</p> <p>2. Навыками оценки и самооценки результатов деятельности по решению профессиональных задач.</p> <p>3. Приемами выявления и осознания своих возможностей, личностных и профессионально-значимых качеств с целью их совершенствования.</p>
<i>ОПК-1</i>	<p><b><u>Знать.</u></b></p> <p>1. Наиболее важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей.</p> <p>2. Современные методы исследования решений математических задач.</p> <p><b><u>Уметь.</u></b></p> <p>1. Применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики</p> <p>2. Разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математики, механики, естественных наук</p> <p><b><u>Владеть:</u></b></p> <p>1. . Навыками построения и исследования математических моделей в естественных науках.</p>
<i>ПК-1</i>	<p><b><u>Знать.</u></b></p> <p>1. Определения основных понятий в области дифференциальных уравнений.</p> <p>2. Смысл фундаментальных теорем, схемы их доказательств, класс задач, решение которых может быть найдено методами этой теории.</p> <p><b><u>Уметь.</u></b></p> <p>1. Формулировать проблему и ставить задачи для ее решения.</p> <p>2. Определять методы для решения поставленных задач.</p> <p>3. Анализировать полученные результаты, указать область их применения.</p> <p>4. Составлять краткий и содержательный доклад о методах решения задач и полученных результатах.</p> <p><b><u>Владеть:</u></b></p> <p>1. Навыками планирования, анализа, научно-познавательной деятельности.</p>
<i>ПК-3</i>	<p><b><u>Знать</u></b></p>

	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные области применения теории дифференциальных уравнений в исследовании математических моделей.</li> <li>2. Методы конструирования математических моделей</li> </ol> <p><b><u>Уметь</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Самостоятельно поставить и решить сложные теоретические и прикладные задачи в теории дифференциальных уравнений</li> <li>2. Структурировать и интегрировать знания из различных областей профессиональной деятельности и обладать способностью их творческого использования и развития в ходе решения профессиональных задач.</li> </ol> <p><b><u>Владеть</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками математического моделирования</li> <li>2. Способностью критически анализировать, синтезировать информацию</li> <li>3. Навыками к разработке и совершенствованию теоретических и методологических подходов к качественному исследованию систем дифференциальных уравнений</li> </ol>
ПК-5	<p><b><u>Знать:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теорию, основные принципы построения математических моделей,</li> <li>2. Класс наиболее общих проблем, исследование которых может быть выполнено методами математического моделирования, численными методами, комплексом компьютерных программ.</li> </ol> <p><b><u>Уметь:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Анализировать поставленную задачу.</li> <li>2. Определить главные факторы, влияющие на развитие процесса.</li> <li>3. Построить адекватную математическую модель.</li> <li>4. Написать компьютерную программу для решения поставленной задачи.</li> </ol> <p><b><u>Владеть:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками математического моделирования.</li> <li>2. Численными методами.</li> <li>3. Навыками написания компьютерных программ для исследования достаточно общих проблем в смежных науках.</li> </ol>

Карта компетенций дисциплины					
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»					
Цель	формирование компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОПОП ВО вуза по направлению 01.06.01 Математика и механика, направленность (профиль) <u>Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.</u>				
Задачи	Знать основной теоретический материал курса, позволяющий исследовать обыкновенные дифференциальные уравнения. Уметь применять полученные теоретические знания на практике и ориентироваться в материале учебных дисциплин, содержащих обыкновенные дифференциальные уравнения. Владеть методами доказательства разрешимости соответствующих задач. Приобрести опыт по самостоятельной работе с математическим аппаратом, представленным в научной литературе. Развить способности к научно-исследовательской деятельности.				
В процессе освоения данной дисциплины обучающийся формирует и демонстрирует следующие					
Универсальные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции					
Компетенции		Перечень компонентов	Технологии формирования	Форма оценочного средства	Уровни освоения компетенции
Индекс	Формулировка				
УК-1	Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	<p><b>Знать:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные методы научно-исследовательской деятельности.</li> <li>2. Современных научных достижений в области исследования систем дифференциальных уравнений.</li> </ol> <p><b>Уметь:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах.</li> <li>2. Критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника.</li> <li>3. Генерировать новые идеи при решении профессиональных задач.</li> </ol> <p><b>Владеть:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации, связанной с профессиональной деятельностью.</li> </ol>	Путем проведения лекционных, практических занятий, выполнения индивидуальных домашних заданий, организации самостоятельной работы аспиранта.	Коллоквиум, Защита реферата, зачет	<p><b>Пороговый:</b> Знание общих положений и основных понятий, применение методов обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Повышенный:</b> Умение систематизировать полученные знания, поиск новых решений проблемных задач по теории обыкновенных дифференциальных уравнений</p>

		2. Навыками выбора методов и средств решения задач исследования.			
<b>УК-5</b>	Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития	<p><b>Знать:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Возможные сферы и направления профессиональной самореализации.</li> <li>2. Приемы и технологии целеполагания и целереализации.</li> <li>3. Способы достижения более высоких уровней профессионального и личного развития.</li> </ol> <p><b>Уметь:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Выявлять и формулировать проблемы собственного развития, исходя из этапов профессионального роста и требований рынка труда к специалисту.</li> <li>2. Формулировать цели профессионального и личностно-го развития, оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей.</li> </ol> <p><b>Владеть:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Приемами целеполагания, планирования, реализации необходимых видов деятельности,</li> <li>2. Навыками оценки и самооценки результатов деятельности по решению профессиональных задач.</li> <li>3. Приемами выявления и осознания своих возможностей, личностных и профессионально-значимых качеств с целью их совершенствования..</li> </ol>	Путем проведения лекционных, практических занятий, выполнения индивидуальных домашних заданий, организации самостоятельной работы аспиранта	Индивидуальные домашние задания, коллоквиум, защита реферата, зачет	<p><b>Пороговый:</b> Присутствуют навыки и способности выявления индивидуально-личностных и профессиональных качеств, необходимых для выполнения профессиональной деятельности, при этом нет способности выделения конкретных путей их развития.</p> <p><b>Повышенный:</b> Имеет способность к выявлению и оценке индивидуально-личностных и профессиональных качеств, необходимых для профессиональной самореализации, и находит конкретные пути их развития.</p>

<p><b>ОПК-1</b></p>	<p>способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p><b>Знать.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Наиболее важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей.</li> <li>2. Современные методы исследования решений математических задач.</li> </ol> <p><b>Уметь.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики</li> <li>2. Разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математики, механики, естественных наук</li> </ol> <p><b>Владеть:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками построения и исследования математических моделей в естественных науках.</li> </ol>	<p>Путем проведения лекционных, практических занятий, выполнения индивидуальных домашних заданий, организации самостоятельной работы аспиранта</p>	<p>Индивидуальные домашние задания, коллоквиум, защита реферата, зачет</p>	<p><b>Пороговый:</b> нет целостной картины о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях</p> <p><b>Повышенный:</b> сформированные целостная картина о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях</p>
<p><b>ПК-1</b></p>	<p>готовность к исследованию в области дифференциальных уравнений и динамических систем</p>	<p><b><u>Знать.</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определения основных понятий в области дифференциальных уравнений.</li> <li>2. Смысл фундаментальных теорем, схемы их доказательств, класс задач, решение которых может быть найдено методами этой теории.</li> </ol> <p><b><u>Уметь.</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Формулировать проблему и ставить задачи для ее решения.</li> <li>2. Определять методы для решения поставленных задач.</li> <li>3. Анализировать полученные ре-</li> </ol>	<p>Путем проведения лекционных, практических занятий, выполнения индивидуальных домашних заданий, организации самостоятельной работы аспиранта</p>	<p>Контрольная работа, коллоквиум, защита реферата, зачет</p>	<p><b>Пороговый:</b> способен сформулировать проблему и предложить план и способы её решения</p> <p><b>Повышенный:</b> способен сам сформулировать имеющуюся проблему, готов самостоятельно предложить решение поставленной проблемы</p>



		<p>зультаты, указать область их применения.</p> <p>4. Составлять краткий и содержательный доклад о методах решения задач и полученных результатах.</p> <p><b><u>Владеть:</u></b></p> <p>1. Навыками планирования, анализа, научно-познавательной деятельности.</p>			
<b>ПК-3</b>	Способность к формированию стратегий применения теории дифференциальных уравнений в исследовании математических моделей	<p><b><u>Знать</u></b></p> <p>1. Основные области применения теории дифференциальных уравнений в исследовании математических моделей.</p> <p>2. Методы конструирования математических моделей</p> <p><b><u>Уметь</u></b></p> <p>1. Самостоятельно поставить и решить сложные теоретические и прикладные задачи в теории дифференциальных уравнений</p> <p>2. Структурировать и интегрировать знания из различных областей профессиональной деятельности и обладать способностью их творческого использования и развития в ходе решения профессиональных задач.</p> <p><b><u>Владеть</u></b></p> <p>1. Навыками математического моделирования</p> <p>2. Способностью критически анализировать, синтезировать информацию</p> <p>3. Навыками к разработке и со-</p>	Путем проведения лекционных, практических занятий, выполнения индивидуальных домашних заданий, организации самостоятельной работы аспиранта	Контрольная работа, коллоквиум, защита реферата, зачет	<p><b>Пороговый:</b> способен схематично построить модель рассматриваемой задачи</p> <p><b>Повышенный:</b> способен самостоятельно построить модель рассматриваемой задачи и определить пути ее исследования</p>

		вершенствованию теоретических и методологических подходов к качественному исследованию систем дифференциальных уравнений			
<b>ПК-5</b>	умение применять программные комплексы в изучении математических моделей, описываемых системами дифференциальных уравнений	<p><b><u>Знать:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теорию, основные принципы построения математических моделей,</li> <li>2. Класс наиболее общих проблем, исследование которых может быть выполнено методами математического моделирования, численными методами, комплексом компьютерных программ.</li> </ol> <p><b><u>Уметь:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Анализировать поставленную задачу.</li> <li>2. Определить главные факторы, влияющие на развитие процесса.</li> <li>3. Построить адекватную математическую модель.</li> <li>4. Написать компьютерную программу для решения поставленной задачи.</li> </ol> <p><b><u>Владеть:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками математического моделирования.</li> <li>2. Численными методами.</li> <li>3. Навыками написания компьютерных программ для исследования достаточно общих проблем в смежных науках.</li> </ol>	Путем проведения лекционных, практических занятий, выполнения индивидуальных домашних заданий, организации самостоятельной работы аспиранта	Защита реферата, индивидуальные домашние занятия, зачет	<p><b>Пороговый:</b> способен схематично построить модель рассматриваемой задачи</p> <p><b>Повышенный:</b> способен самостоятельно построить модель рассматриваемой задачи и определить и реализовать пути ее исследования с помощью программных комплексов.</p>

## **ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**

### **1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ**

#### **1.1. Объем дисциплины в зачетных единицах**

с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины «Обыкновенные дифференциальные уравнения» составляет 3 зачетных единиц, всего 108 часов, из которых 16,25 часа составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (8 часов занятия лекционного типа, 8 часов занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0,25 часа – мероприятия промежуточной аттестации (зачет)), 91,75 часа составляет самостоятельная работа аспиранта.

#### **1.2. Формат обучения**

Дисциплина реализуется в форме заочного обучения на базе Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.

## 2. Содержание дисциплины

структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине.	Всего (часы)	В том числе											
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы, из них							
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Мероприятия промежуточной аттестации	Всего	Выполнение заданий при подготовке к лекционным занятиям	Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям	Выполнение заданий при подготовке к контрольным работам.	Работа со справочными материалами	Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы.	Выполнение индивидуальных домашних заданий	Подготовка реферата	Всего
Тема 1: Теоремы существования и единственности решения, линейные уравнения	<b>27</b>	2	2		<b>4</b>	6	6		3	3	5		<b>23</b>
Тема 2: Особые точки	<b>27</b>	2	2		<b>4</b>	4	2	2	1	1	6	7	<b>23</b>
Тема 3: Теория устойчивости	<b>26,75</b>	2	2		<b>4</b>	6	5,75		3	2	6		<b>22,75</b>
Тема 4: Периодические решения	<b>27</b>	2	2		<b>4</b>	4	2	2	1	1	6	7	<b>23</b>
Промежуточная аттестация <u>зачет</u>	<b>0,25</b>			0,25	<b>0,25</b>								
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>0,25</b>	<b>16,25</b>	<b>20</b>	<b>15,75</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>23</b>	<b>14</b>	<b>91,75</b>

## 2.1. Тематика лекционных занятий

### **Тема 1. Теоремы существования и единственности**

Теоремы существования Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано. Продолжение решений. Непрерывная зависимость и дифференцируемость по начальным данным. Непрерывная зависимость решений от параметров. Первые интегралы. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, определение решения, теорема существования, теорема единственности, непрерывная зависимость решения от начальных условий. Линейные уравнения и системы. Вариация постоянных. Основные неравенства. Теория Флоке. Преобразования Ляпунова. Приводимые системы. Каноническая форма приводимой системы. Теорема Еругина. Матрициант. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нелинейные уравнения с периодическими коэффициентами. Теорема Гильберта-Шмидта. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с помощью функции Грина.

### **Тема 2. Особые точки**

Особые точки. Классификация. Исключительные направления. Нормальные области. Поведение интегральных кривых в нормальной области. Поведение траекторий в бесконечно удаленных частях плоскости. Вращение векторного поля. Индекс простой замкнутой кривой. Поле касательных к замкнутой кривой. Индекс как криволинейный интеграл. Вычисление индекса простых состояний равновесия динамических систем. Преобразование Бендиксона. Сфера Пуанкаре.

### **Тема 3. Теория устойчивости**

Теория устойчивости. Второй метод Ляпунова. Теоремы об устойчивости и неустойчивости. Устойчивость линейных систем. Теория первого приближения. Характеристические числа Ляпунова и их свойства. Характеристические числа решений линейных уравнений. Правильные системы. Приложения к установившимся и периодическим движениям. Критические случаи периодических движений. Динамические системы на плоскости. Предельные точки и множества. Их структура. Свойства предельных траекторий. Теорема о наличии состояния равновесия внутри замкнутой траектории. Основная теорема о состояниях равновесия.

### **Тема 4. Периодические решения**

Периодические решения уравнений первого порядка. Предельные циклы и теории контактов. Автоколебания. Точечные преобразования и предельные циклы. Устойчивость неподвижной точки. Теорема Кенигса. Условия устойчивости предельного цикла. Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака, Драгилева, принцип симметрии). Виды и свойства предельных циклов. Грубые системы. Грубые состояния равновесия. Простые, сложные, грубые предельные циклы. Поведение сепаратрисы седел в грубых системах. Необходимые и достаточные условия грубости.

## **2.2. Тематика практических занятий**

### **Тема 1. Теоремы существования и единственности**

Теоремы существования Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано. Продолжение решений. Непрерывная зависимость и дифференцируемость по начальным данным. Непрерывная зависимость решений от параметров. Первые интегралы. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, определение решения, теорема существования, теорема единственности, непрерывная зависимость решения от начальных условий. Линейные уравнения и системы. Вариация постоянных. Основные неравенства. Теория Флоке. Преобразования Ляпунова. Приводимые системы. Каноническая форма приводимой системы. Теорема Еругина. Матрициант. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нелинейные уравнения с периодическими коэффициентами. Теорема Гильберта-Шмидта. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с помощью функции Грина.

### **Тема 2. Особые точки**

Особые точки. Классификация. Исключительные направления. Нормальные области. Поведение интегральных кривых в нормальной области. Поведение траекторий в бесконечно удаленных частях плоскости. Вращение векторного поля. Индекс простой замкнутой кривой. Поле касательных к замкнутой кривой. Индекс как криволинейный интеграл. Вычисление индекса простых состояний равновесия динамических систем. Преобразование Бендиксона. Сфера Пуанкаре.

### **Тема 3. Теория устойчивости**

Теория устойчивости. Второй метод Ляпунова. Теоремы об устойчивости и неустойчивости. Устойчивость линейных систем. Теория первого приближения. Характеристические числа Ляпунова и их свойства. Характеристические числа решений линейных уравнений. Правильные системы. Приложения к установившимся и периодическим движениям. Критические случаи периодических движений. Динамические системы на плоскости. Предельные точки и множества. Их структура. Свойства предельных траекторий. Теорема о наличии состояния равновесия внутри замкнутой траектории. Основная теорема о состояниях равновесия.

### **Тема 4. Периодические решения**

Периодические решения уравнений первого порядка. Предельные циклы и теории контактов. Автоколебания. Точечные преобразования и предельные циклы. Устойчивость неподвижной точки. Теорема Кенигса. Условия устойчивости предельного цикла. Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака, Драгилева, принцип симметрии). Виды и свойства предельных циклов. Грубые системы. Грубые состояния равновесия. Простые, сложные, грубые предельные циклы. Поведение сепаратрисы седел в грубых системах. Необходимые и достаточные условия грубости.

### 3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА АСПИРАНТА.

3.1. План-график выполнения самостоятельной работы аспиранта по дисциплине;

Семестр № 3

Форма оценочно-го средства	Условное обозначение	Номер недели															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Коллоквиум	Кл										+						
Контрольная работа	Кнр							+									+
Письменный опрос	Сб			+			+						+		+		
Реферат	Реф									+					+		
Индивидуальные домашние задания	ИДЗ	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

#### 3.2. Характеристика и описание заданий на самостоятельную работу аспиранта;

**1. Коллоквиум** – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний. Коллоквиум проводится после изучения раздела в форме опроса с билетами. Коллоквиум — форма проверки и оценивания знаний учащихся в системе образования.

Задачи коллоквиума: проверка и контроль полученных знаний по изучаемой теме; расширение проблематики в рамках дополнительных вопросов по данной теме; углубление знаний при помощи использования дополнительных материалов при подготовке к занятию;

Коллоквиум проводится в устной форме. Ответы оцениваются одновременно в традиционной шкале.

##### *Критерии оценки коллоквиума*

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение программного материала, полные, последовательные, грамотные и логически излагаемые ответы при видоизменении задания, свободно справляющиеся с поставленными задачами, знания материала, правильно обоснованные принятые решения, .

Оценка «4» - знание программного материала - грамотное изложение, без существенных неточностей в ответе на вопрос, -правильное применение теоретических знаний.

Оценка «3» - усвоение основного материала, при ответе допускаются неточности, при ответе недостаточно правильные формулировки, нарушение последовательности в изложении программного материала.

Оценка «2» - не знание программного материала, - при ответе возникают ошибки, затруднения в ответе на наводящие вопросы.

**2. Письменный опрос** – форма проверки и оценивания знаний учащихся

ся в системе образования.

Задачи письменного опроса: входной контроль усвоения знаний, полученных аспирантом.

Ответы оцениваются в традиционной шкале.

*Критерии оценки письменного опроса.*

Оценка «5» - полные, последовательные грамотные и логически излагаемые ответы.

Оценка «4» - неполное, но грамотное изложение, без существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «3» в ответе допускаются неточности, нарушение последовательности в изложении программного материала.

Оценка «2» - не знание программного материала.

**3. Реферат** - написание сообщения или публичного доклада. Чаще всего это слово употребляется для определения последовательного, убедительного и краткого изложения или написания сущности какого-либо вопроса или темы научно-практического характера.

Требования к содержанию реферата.

Содержание должно быть конкретным, строго соответствовать названию темы, иметь научно-достоверные и новейшие данные, убедительные объяснения «острых» вопросов, яркие примеры и доказательства, четкую последовательность изложения – от простого и известного к сложному и неизвестному.

Реферат считается собственной работой автора и пишется в его редакции, его собственными словами и мыслями. Дословное переписывание литературных данных считается кражей или плагиаторством.

Цитаты или дословные изречения других авторов применяются только для подтверждения некоторых фактов и положений реферата. Но при этом необходима обязательная ссылка на автора. Это называется цитированием, оно допущено, но в меру. Употребление в реферате большого количества цитат называется цитатничеством. Оно уже недопустимо. Цитатничество сводит, на нет заслугу автора.

Реферат пишется популярным языком, доступным для массового чтения. Иностранные слова обязательно объясняются. Слова, смысл которых непонятен автору, для написания реферата не употребляются.



### 3.3. Примерные нормы времени на выполнение внеаудиторной самостоятельной работы аспиранта по каждому заданию;

№ семестра	№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины (модуля)	Виды СРС	Всего часов
3	1	Теоремы существования и единственности решения, линейные уравнения	Выполнение заданий при подготовке к лекционным занятиям	6
			Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям.	6
			Работа со справочными материалами (словарями, энциклопедиями).	3
			Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы.	3
			Выполнение индивидуальных домашних заданий.	5
3	2	Особые точки	Выполнение заданий при подготовке к лекционным занятиям	4
			Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям.	2
			Выполнение заданий при подготовке к контрольным работам.	2
			Работа со справочными материалами (словарями, энциклопедиями).	1
			Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы.	1
			Выполнение индивидуальных домашних заданий.	6
			Подготовка реферата	7
3	3	Теория устойчивости	Выполнение заданий при подготовке к лекционным занятиям	6
			Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям.	5,75
			Работа со справочными материалами (словарями, энциклопедиями).	3
			Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы.	2
			Выполнение индивидуальных домашних заданий.	6
3	4	Периодические решения	Выполнение заданий при подготовке к лекционным занятиям	4
			Выполнение заданий при подготовке к семинарским занятиям.	2
			Выполнение заданий при подготовке к контрольным работам.	2

		Работа со справочными материалами (словарями, энциклопедиями).	1
		Изучение и конспектирование основной и дополнительной литературы.	1
		Выполнение индивидуальных домашних заданий.	6
		Подготовка реферата	7
<b>ИТОГО в семестре</b>			<b>91,75</b>

### **3.4. Особенности самостоятельной работы аспиранта;**

Самостоятельная работа аспирантов является важной компонентой изучения и твердого усвоения учебного материала.

Самостоятельная работа включает в себя следующие виды деятельности:

- 1) проработку лекционного материала,
- 2) подготовку к практическим занятиям,
- 3) выполнение домашних заданий,
- 4) подготовку к ответам на контрольные вопросы,
- 5) подготовку к аудиторным контрольным работам,
- 6) Подготовку рефератов,
- 7) подготовку к зачету и экзаменам.

Лекционный материал необходимо прорабатывать после каждой лекции. При этом нужно прочитать лекционные записи, установить связь материала, прочитанного на лекции, с материалом более ранних лекций, разобрать основные понятия и определения. В некоторых случаях (по заданию преподавателя) – выполнить конспект темы в тетради. Рекомендуются так же просмотреть материал по изучаемой теме в учебниках, рекомендованных в списке литературы.

При подготовке к практическому занятию необходимо выучить основные определения и формулировки теорем, разобрать алгоритмы и примеры решения задач, приведенные на лекции и в теоретическом материале.

Домашнее задание рекомендуется выполнять сразу после практического занятия или в ближайшие дни. При его выполнении можно воспользоваться примерами решения задач, которые в большом количестве имеются в лекционном материале, а так же в учебных пособиях.

### **3.5. Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы аспиранта;**

Контрольные вопросы по каждой теме делятся на два уровня. Полный перечень вопросов предоставляется аспирантам после изучения темы на лекции и практическом занятии. Как правило, полноценной проработки лекционного материала и подготовки к практическому занятию достаточно, чтобы успешно ответить на вопросы первого уровня. При подготовке ответов на вопросы второго уровня рекомендуется использовать материалы учебников и

учебных пособий, записи, сделанные на лекциях и практических занятиях, и обратиться за консультацией к преподавателю.

Для подготовки к аудиторным контрольным работам, как правило, бывает достаточно активной работы аспиранта на практических занятиях и систематического выполнения домашних заданий

Подготовка к экзамену или зачету для аспиранта, систематически прорабатывавшего теоретический материал, готовившего ответы на контрольные вопросы выполнявшего домашние задания, как правило, заключается в повторении.

### **3.6. Оценка выполнения самостоятельной работы аспиранта (критерии).**

Критерии выполнения самостоятельной работы:

- фрагментарные представления об общей концепции и методологических вопросах теории дифференциальных уравнений, истории её формирования и развития, теоретических и практических проблемах;
- сформированные представления об основных теоретических и практических проблемах дифференциальных уравнений;
- сформированные представления об основных теоретических и практических проблемах теории дифференциальных уравнений для реализации исследований по профилю направленности подготовки;
- сформированные представления об основных теоретических и практических проблемах обработки результатов исследований по профилю направления подготовки.

#### **Примерная тематика рефератов.**

1. Теоремы существования Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано.
2. Непрерывная зависимость решений от параметров.
3. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, определение решения, теорема существования, теорема единственности, непрерывная зависимость решения от начальных условий.
4. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами.
5. Нелинейные уравнения с периодическими коэффициентами.
6. Особые точки.
7. Вращение векторного поля.
8. Вычисление индекса простых состояний равновесия динамических систем.
9. Второй метод Ляпунова.
10. Характеристические числа Ляпунова и их свойства.
11. Динамические системы на плоскости.
12. Предельные циклы и теории контактов.
13. Устойчивость неподвижной точки.
14. Виды и свойства предельных циклов.
15. Поведение сепаратрис седел в грубых системах.

#### **4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

- Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

- Описание шкал оценивания (критериев) результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций.

1. Оценка «незачтено» ставится аспиранту, не овладевшему ни одним из элементов компетенции, т.е. обнаружившему существенные пробелы в знании основного программного материала по дисциплине, допустившему принципиальные ошибки при применении теоретических знаний, которые не позволяют ему продолжить обучение или приступить к практической деятельности без дополнительной подготовки по данной дисциплине.

2. Оценка «зачтено» ставится аспиранту, овладевшему элементами компетенции

«знать», «уметь» и «владеть», проявившему всесторонние и глубокие знания программного материала по дисциплине, освоившему основную и дополнительную литературу, обнаружившему творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании усвоенных знаний.

Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) и ШКАЛА оценивани		ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ
	Пороговый	Повышенный	
<p><b>УК-1</b></p> <p><b>Знать:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные методы научно-исследовательской деятельности.</li> <li>2. Современных научных достижений в области исследования систем дифференциальных уравнений.</li> </ol> <p><b>Уметь:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах.</li> <li>2. Критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника.</li> <li>3. Генерировать новые идеи при решении профессиональных задач.</li> </ol> <p><b>Владеть:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации, связанной с профессиональной деятельностью.</li> <li>2. Навыками выбора методов и средств решения задач исследования.</li> </ol>	<p>Знание общих положений и основных понятий, применение методов обыкновенных дифференциальных уравнений.</p>	<p>Умение систематизировать полученные знания, поиск новых решений проблемных задач по теории обыкновенных дифференциальных уравнений</p>	<p>Коллоквиум, Защита реферата Зачет</p>
<p><b>УК-5</b></p> <p><b>Знать:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Возможные сферы и направления профессиональной самореализации.</li> <li>2. Приемы и технологии целеполагания и целереализации.</li> <li>3. Способы достижения более высоких уровней профессионального и личного развития.</li> </ol> <p><b>Уметь:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Выявлять и формулировать проблемы собственного развития, исходя из этапов профессионального роста и требований рынка труда к специалисту.</li> <li>2. Формулировать цели профессионального и личностно-го развития, оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей.</li> </ol> <p><b>Владеть:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Приемами целеполагания, планирования, реализации необходимых видов деятельности,</li> </ol>	<p>Присутствуют навыки и способности выявления индивидуально-личностных и профессиональных качеств, необходимых для выполнения профессиональной деятельности, при этом нет способности выделения конкретных путей их развития.</p>	<p>Имеет способность к выявлению и оценке индивидуально-личностных и профессиональных качеств, необходимых для профессиональной самореализации, и находит конкретные пути их развития.</p>	<p>Индивидуальные домашние задания, коллоквиум, защита реферата Зачет</p>

<p>2. Навыками оценки и самооценки результатов деятельности по решению профессиональных задач.</p> <p>3. Приемами выявления и осознания своих возможностей, личностных и профессионально-значимых качеств с целью их совершенствования</p>			
<p><b><u>ОПК-1</u></b> <b><u>Знать.</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Наиболее важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей.</li> <li>2. Современные методы исследования решений математических задач.</li> </ol> <p><b><u>Уметь.</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики</li> <li>2. Разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математики, механики, естественных наук</li> </ol> <p><b><u>Владеть:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками построения и исследования математических моделей в естественных науках.</li> </ol>	<p>Сформированные не полные представления целостной картины о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях</p>	<p>сформированные целостная картина о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях</p>	<p>Индивидуальные домашние задания, коллоквиум, защита реферата Зачет</p>
<p><b><u>ПК-1</u></b> <b><u>Знать.</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определения основных понятий в области дифференциальных уравнений.</li> <li>2. Смысл фундаментальных теорем, схемы их доказательств, класс задач, решение которых может быть найдено методами этой теории.</li> </ol> <p><b><u>Уметь.</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Формулировать проблему и ставить задачи для ее решения.</li> <li>2. Определять методы для решения поставленных задач.</li> <li>3. Анализировать полученные результаты, указать область их применения.</li> <li>4. Составлять краткий и содержательный доклад о методах</li> </ol>	<p>способен сформулировать проблему и предложить план и способы её решения</p>	<p>способен сам сформулировать имеющуюся проблему, готов самостоятельно предложить решение поставленной проблемы</p>	<p>Контрольная работа, коллоквиум, защита реферата Зачет</p>

<p>решения задач и полученных результатах.</p> <p><b><u>Владеть:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками планирования, анализа, научно-познавательной деятельности.</li> </ol>			
<p><b><u>ПК-3</u></b></p> <p><b><u>Знать</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные области применения теории дифференциальных уравнений в исследовании математических моделей.</li> <li>2. Методы конструирования математических моделей</li> </ol> <p><b><u>Уметь</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Самостоятельно поставить и решить сложные теоретические и прикладные задачи в теории дифференциальных уравнений</li> <li>2. Структурировать и интегрировать знания из различных областей профессиональной деятельности и обладать способностью их творческого использования и развития в ходе решения профессиональных задач.</li> </ol> <p><b><u>Владеть</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками математического моделирования</li> <li>2. Способностью критически анализировать, синтезировать информацию</li> <li>3. Навыками к разработке и совершенствованию теоретических и методологических подходов к качественному исследованию систем дифференциальных уравнений</li> </ol>	<p>способен схематично построить модель рассматриваемой задачи</p>	<p>способен самостоятельно построить модель рассматриваемой задачи и определить пути ее исследования</p>	<p>Контрольная работа, коллоквиум, защита реферата Зачет</p>
<p><b><u>ПК-5</u></b></p> <p><b><u>Знать:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теорию, основные принципы построения математических моделей,</li> <li>2. Класс наиболее общих проблем, исследование которых может быть выполнено методами математического моделирования, численными методами, комплексом компьютерных программ.</li> </ol> <p><b><u>Уметь:</u></b></p>	<p>способен схематично построить модель рассматриваемой задачи</p>	<p>способен самостоятельно построить модель рассматриваемой задачи и определить и реализовать пути ее исследования.</p>	<p>Защита реферата, индивидуальные домашние занятия Зачет</p>

<ol style="list-style-type: none"><li>1. Анализировать поставленную задачу.</li><li>2. Определить главные факторы, влияющие на развитие процесса.</li><li>3. Построить адекватную математическую модель.</li><li>4. Написать компьютерную программу для решения поставленной задачи.</li></ol> <p><b>Владеть:</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Навыками математического моделирования.</li><li>2. Численными методами.</li><li>3. Навыками написания компьютерных программ для исследования достаточно общих проблем в смежных науках.</li></ol>			
--	--	--	--



#### 4.1 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций

№ семестра	№ раздела	Виды контроля и аттестации (ВК, Тат, ПрАт)	Наименование раздела учебной дисциплины	Оценочные средства		
				Форма	Количество вопросов в задании	Количество независимых вариантов
1	2	3	4	5	6	7
3	1	а) Входной контроль б) Текущая аттестация в) Промежуточная аттестация	Теоремы существования и единственности решения, линейные уравнения	а) Письменный опрос  б) Коллоквиум, устный отчет  в) Зачет	3 2 3	3 3 10
3	2	а) Входной контроль б) Текущая аттестация в) Промежуточная аттестация	Особые точки	а) Письменный опрос  б) Коллоквиум письменный отчет по особым точкам  в) Зачет	2 2 3	3 3 10
3	3	а) Входной контроль б) Текущая аттестация в) Промежуточная аттестация	Теория устойчивости	а) Письменный опрос  б) Контрольная работа, индивидуальные домашние задания  в) Зачет	2 3 3	4 4 10
3	4	а) Входной контроль б) Текущая аттестация в) Промежуточная аттестация	Периодические решения	а) Письменный опрос  б) Реферат, индивидуальные домашние задания, контрольная аудиторная работа в) Зачет	2 1 2 3	3 3 3 10

## 2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения.

Вид контроля	Форма контроля	Примеры оценочных средств
1	2	3
ВК	Письменный опрос	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Постановка основной задачи. Определить понятие функции Грина</li> <li>2. Сформулировать основные теоремы</li> <li>3. Сформулировать понятие устойчивости</li> </ol>
Тат	Коллоквиум	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сформулировать свойства линейных систем</li> <li>2. Объяснить смысл второго метода Ляпунова и его применение к решению задач об устойчивости</li> <li>3. Определить понятие «периодические решения» обыкновенных дифференциальных уравнений</li> </ol>
	Контрольная аудиторная работа	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти особые точки следующих уравнений или систем. Определить их тип. Построить схематически фазовые траектории каждой особой точки <math display="block">\begin{cases} \dot{x} = 1 - e^{x^2 - y^2} \\ \dot{y} = -\ln(1 + y^2) + \ln \end{cases}</math> </li> <li>2. Найти первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости <math>(x, \dot{x})</math>. <math display="block">\ddot{x} = 4 - x^2</math> </li> </ol>
	Реферат	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Условия существования периодического решения обыкновенных дифференциальных уравнений</li> </ol>
ПрАТ	Зачет	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Доказательство теорем Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано.</li> <li>2. Условия существования устойчивых решений</li> <li>3. Теоремы об условиях существования периодических решений обыкновенных дифференциальных уравнений</li> </ol>

### Примерные вопросы и задания к зачету.

1. Теоремы существования Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано.
2. Непрерывная зависимость и дифференцируемость по начальным данным. Непрерывная зависимость решений от параметров.
3. Первые интегралы.
4. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, определение решения, теорема существования, теорема единственности. Линейные уравнения и системы.
5. Вариация постоянных. Теория Флоке.
6. Преобразования Ляпунова. Приводимые системы. Каноническая форма приводимой системы.
7. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами.
8. Особые точки. Классификация. Исключительные направления.
9. Вращение векторного поля.
10. Индекс простой замкнутой кривой.
11. Поле касательных к замкнутой кривой.
12. Вычисление индекса простых состояний равновесия динамических систем. Теория устойчивости.
13. Второй метод Ляпунова.

14. Устойчивость линейных систем. Характеристические числа Ляпунова и их свойства.
15. Теорема о наличии состояния равновесия внутри замкнутой траектории.
16. Периодические решения уравнений первого порядка.
17. Предельные циклы и теории контактов.
18. Автоколебания.
19. Устойчивость неподвижной точки.
20. Теорема Кенигса. Условия устойчивости предельного цикла.
21. Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака).
22. Виды и свойства предельных циклов.
23. Грубые системы.
24. Грубые состояния равновесия.
25. Поведение сепаратрисы седел в грубых системах.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Основная литература

№ п/п	Наименование	Автор(ы)	Год и место издания	Используется при изучении разделов	Семестр	Количество экземпляров	
						В библиотеке	На кафедре
1.	Лекции по математической теории устойчивости <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=447850">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=447850</a>	Демидович Б.П.	СПб.: Лань, 2008	1, 2, 4	3	ЭБС	
2.	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями [Текст] : учебное пособие / - 4-е изд., испр. -	М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко.	М. : Едиториал УРСС, 2002. - 256 с.		3	18	

### Дополнительная литература

№ п/п	Наименование	Автор(ы)	Год и место издания	Используется при изучении разделов	Семестр	Количество экземпляров	
						В библиотеке	На кафедре
1.	Теория матриц <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=83224">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=83224</a>	Гантмахер Ф.Р.	М.: Физматлит, 2004	2,3	3	ЭБС	1

2.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Понтрягин Л.С.	М.: Наука, 1982	1,2	3	2	1
3.	Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом	Мышкис А.Д.	М.: Наука, 1972	4	3	3	
4.	Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=479567">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=479567</a>	Арнольд В.И.	М.: Наука, 1971	3	3	ЭБС	1
5.	Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом	Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б.	М.: Наука, 1971	1,4	3	2	
6.	Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учебное пособие /. – 3-е изд., перераб. И доп. -	В. И. Арнольд	Москва : Наука, 1984.		3	3	
7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] . Т. 1 / -	Дж. Сансоне; пер. с итал. Н. Я. Виленкина; предисл. В. В. Немыцкого	Москва : Иностранная литература, 1953. - 347 с.		3	1	
8.	Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] . Т. 2 / -	Дж. Сансоне; пер. с итал. Н. Я. Виленкина.	Москва : Иностранная литература, 1954. - 416 с.		3	1	

## 5.2. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. Федеральный портал «Российское образование» [Электр.ресурс]. Режим доступа: <http://www.edu.ru/>. На сайте размещены учебные пособия, необходимые для выполнения самостоятельной и контрольной работ, для подготовки к текущему экзамену.

2. Математический портал «Allmath.ru: Вся математика в одном месте» [Электр.ресурс]. Режим доступа: <http://www.allmath.ru/>. Математический сайт содержит учебники и монографии, необходимые для выполнения исследований по теме курсовой и дипломной работ.

3. Образовательный математический сайт «*exponenta.ru*» [Электр.ресурс]. Режим доступа: <http://exponenta.ru/>. На математическом сайте размещены материалы, необходимые для выполнения научно-исследовательской работы, для самостоятельного изучения дополнительных глав математического анализа и дифференциальных уравнений.

4. «EqWorld: The World of Mathematical Equations» [Электр.ресурс]. Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/>. Сайт содержит литературу по математике на иностранных языках, необходимую для знакомства с результатами по интересующей проблеме.

5. Московский Центр Непрерывного Математического Образования

(МЦНМО) [Электр.ресурс]. Режим доступа: <http://www.mccme.ru/>. Информационный ресурс содержит методы и формы организации непрерывного образования, документы, регламентирующие порядок функционирования института повышения квалификации.

6. Научная библиотека РГУ имени С.А. Есенина [Электр.ресурс]. Режим доступа: <http://library.rsu.edu.ru/> . [15.06.2011]. В числе других информационных ресурсов, которыми располагает сайт, на нем размещены научные журналы, которые выписывает Научная библиотека РГУ имени С. А. Есенина (370 наименований, записи с 2007 года).

7. Университетская библиотека ONLINE [Электронный ресурс] : электронная библиотека. – Доступ к полным текстам по паролю. – Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red).

### 5.3. Перечень периодических изданий (конкретных статей)

1. **Матросов В.В.** Нелинейная динамика системы фазовой автоподстройки частоты с фильтром второго порядка // Известия вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 3. С. 267 – 278.

2. **Мамонов С.С.** Условия существования предельных циклов второго рода системы дифференциальных уравнений. I // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46, № 5. С. 637 - 646.

3. **Мамонов С.С.** Условия существования предельных циклов второго рода системы дифференциальных уравнений. II / С.С. Мамонов // Дифференциальные уравнения. – 2010. – Т. 46, № 8. – С. 1075–1084.

4. **Мамонов С.С., Ионова И.В.** Существование циклов второго рода системы фазовой автоподстройки частоты // Вестник РАЕН. Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 13, № 4. С. 45 - 50.

5. **Мамонов С.С., Ионова И.В.** Применение вращения векторного поля для определения циклов второго рода // Вестник РАЕН. 2014. – Т 14. № 5. – С. 46-54.

6. **Шалфеев В.Д.** К исследованию нелинейной системы частотно-фазовой автоподстройки частоты с одинаковыми интегрирующими фильтрами в фазовой и частотной цепях // Радиофизика, 1969, т.12, №7, с.1037-1051.

7. **Пономаренко В.П., Матросов В.В.** Сложная динамика автогенератора, управляемого петлей частотной автоподстройки // Радиотехника и электроника, 1997, т.42, №9, с.1125-1133.

8. **Мамонов С.С.** Динамика системы частотно-фазовой автоподстройки частоты с фильтрами первого порядка // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Математика, механика, информатика. 2011. Т 11, вып. 1. С. 70-81.

9. **Мамонов С.С., Харламова А.О.** Условия существования предельных циклов второго рода для модели системы частотно- фазовой автоподстройки частоты. // Вестник РАЕН. Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 13. № 4. С. 51–57.

10. **Мамонов С.С., Харламова А.О.** Влияние частотного кольца системы фазовой автоподстройки на условия существования циклов второго рода. //

**5.4. Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости)**

1. GNU Image Manipulation Program (GIMP)
2. Euler Math Toolbox
3. FreeMat

**5.5. Описание материально-технической базы.**

**Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий:** стандартно оборудованные лекционные аудитории для проведения интерактивных лекций – видеопроектор, экран настенный. Компьютерный класс.

**Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся:** видеопроектор, ноутбук, переносной экран. В компьютерных классах установлены средства MS Office: Word, Excel, Power Point и др.

**Требования к специализированному оборудованию:** отсутствует.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ  
ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

**ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
(МОДУЛЮ) ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ**

№ п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1.	Раздел 1: Теоремы существования и единственности решения, линейные уравнения	<i>УК-1, УК-5, ОПК-1, ПК-1, ПК-3, ПК-5</i>	Зачет
2.	Раздел 2: Особые точки		
3.	Раздел 3: Теория устойчивости		
4.	Раздел 4: Периодические решения		

**ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	Элементы компетенции	Индекс элемента
УК 1	<i>способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</i>	знать	
		1 Основные методы научно-исследовательской деятельности	УК1 31
		2 Современных научных достижений в области исследования систем дифференциальных уравнений	УК1 32
		уметь	
		1 Выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах.	УК1 У1
		2 Генерировать новые идеи при решении профессиональных задач.	УК1 У2
		владеть	
		1 Навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации, связанной с профессиональной деятельностью.	УК1 В1
2 Навыками выбора методов и средств решения задач исследования.	УК1 В2		
УК 5	<i>способностью планировать и решать зада-</i>	знать	
		1. Возможные сферы и направления	УК5 31

	<i>чи собственного профессионального и личностного развития</i>	профессиональной самореализации.	
		2. Приемы и технологии целеполагания и целереализации.	УК5 32
		3. Способы достижения более высоких уровней профессионального и личного развития.	УК5 33
		уметь	
		1. Выявлять и формулировать проблемы собственного развития, исходя из этапов профессионального роста и требований рынка труда к специалисту	УК5 У1
		2. Формулировать цели профессионального и личностного развития, оценивать свои возможности, реалистичность и адекватность намеченных способов и путей достижения планируемых целей.	УК5 У2
		владеть	
		1. Приемами целеполагания, планирования, реализации необходимых видов деятельности.	УК5 В1
		2. Навыками оценки и самооценки результатов деятельности по решению профессиональных задач.	УК5 В2
		3. Приемами выявления и осознания своих возможностей, личностных и профессионально-значимых качеств с целью их совершенствования.	УК5 В3
ОПК-1	<i>способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий.</i>	знать	
		1. Наиболее важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей.	ОПК1 31
		2. Современные методы исследования решений математических задач.	ОПК1 32
		уметь	
		1. Применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики	ОПК1 У1
		2 Разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математики, механики, естественных наук	ОПК1 У2
		владеть	
		1 Навыками построения и исследования математических моделей в естественных науках	ОПК1 В1
ПК-1	<i>готовность к исследо-</i>	знать	



	<i>ваниям в области дифференциальных уравнений и динамических систем</i>	1 Определения основных понятий в области дифференциальных уравнений и динамических систем.	ПК1 З1
		2 Смысл фундаментальных теорем, схемы их доказательств, класс задач, решение которых может быть найдено методами этой теории.	ПК1 З2
		уметь	
		1 Формулировать проблему и ставить задачи для ее решения.	ПК1 У1
		2 Определять методы для решения поставленных задач	ПК1 У2
		3 Анализировать полученные результаты, указать область их применения	ПК1 У3
		4 Составлять краткий и содержательный доклад о методах решения задач и полученных результатах.	ПК1 У4
		владеть	
ПК 3	<i>Способность к формированию стратегий применения теории дифференциальных уравнений в исследовании математических моделей</i>	1 Навыками планирования, анализа, учебно-познавательной деятельности	ПК1 В1
		знать	
		1 Основные области применения теории дифференциальных уравнений в исследовании математических моделей.	ПК3 З1
		2 Методы конструирования математических моделей	ПК3 З2
		уметь	
		1 Самостоятельно поставить и решить сложные теоретические и прикладные задачи в теории дифференциальных уравнений	ПК3 У1
		2 Структурировать и интегрировать знания из различных областей профессиональной деятельности и обладать способностью их творческого использования и развития в ходе решения профессиональных задач.	ПК3 У2
		владеть	
1 Навыками математического моделирования	ПК3 В1		
2 Способностью критически анализировать, синтезировать информацию	ПК3 В2		
3. Навыками к разработке и совершенствованию теоретических и методологических подходов к качественному исследованию систем дифференциальных уравнений	ПК3 В3		

<i>ПК-5</i>	<i>Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития</i>	знать	
		1. Теорию, основные принципы построения математических моделей	ПК5 31
		2. Класс наиболее общих проблем, исследование которых может быть выполнено методами математического моделирования, численными методами, комплексом компьютерных программ.	ПК5 32
		уметь	
		1. Анализировать поставленную задачу.	ПК5 У1
		2. Определить главные факторы, влияющие на развитие процесса.	ПК5 У2
		3. Построить адекватную математическую модель.	ПК5 У3
		4. Написать компьютерную программу для решения поставленной задачи.	ПК5 У4
		владеть	
		1. Навыками математического моделирования	ПК5 В1
		2. Численными методами.	ПК5 В2
		3. Навыками написания компьютерных программ для исследования достаточно общих проблем в смежных науках.	ПК5 В3

### КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЗАЧЕТ)

№	Содержание оценочного средства	Индекс оцениваемой компетенции и ее элементов
1.	Теоремы существования Арцела, Пикара-Линделефа, Пеано	УК1 31, ПК1 32
2.	Непрерывная зависимость и дифференцируемость по начальным данным.	УК5 31, ПК5 32
3.	Непрерывная зависимость решений от параметров.	ОПК1 32, ПК3 32
4.	Первые интегралы.	УК1 31, ПК1 31
5.	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, определение решения, теорема существования, теорема единственности.	УК1 32, ОПК1 31
6.	Линейные уравнения и системы. Вариация постоянных.	УК1 31, ПК1 31
7.	Теория Флоке.	УК5 31, ПК5 32
8.	Преобразования Ляпунова. Приводимые системы. Каноническая форма приводимой системы.	ОПК1 32, ПК3 32
9.	Линейные уравнения с периодическими коэффициентами	УК1 31, ПК1 31

	ми.	
10.	Особые точки. Классификация. Исключительные направления.	УК1 32, ОПК1 31
11.	Вращение векторного поля. Индекс простой замкнутой кривой. Поле касательных к замкнутой кривой.	УК1 31, ПК1 32
12.	Вычисление индекса простых состояний равновесия динамических систем.	УК5 31, ПК5 32
13.	Теория устойчивости. Второй метод Ляпунова.	ОПК1 32, ПК3 32
14.	Устойчивость линейных систем.	УК1 31, ПК1 31
15.	Характеристические числа Ляпунова и их свойства.	УК1 32, ОПК1 31
16.	Теорема о наличии состояния равновесия внутри замкнутой траектории.	УК1 31, ПК1 31
17.	Периодические решения уравнений первого порядка.	УК5 31, ПК5 32
18.	Предельные циклы и теории контактов.	ОПК1 32, ПК3 32
19.	Автоколебания.	УК1 31, ПК1 31
20.	Устойчивость неподвижной точки. Теорема Кенигса.	УК1 32, ОПК1 31
21.	Условия устойчивости предельного цикла.	УК1 31, ПК1 32
22.	Критерии существования периодических решений (Бендиксона, Дюлака).	УК1 31, ПК1 32
23.	Виды и свойства предельных циклов.	УК5 31, ПК5 32
24.	Грубые системы. Грубые состояния равновесия.	ОПК1 32, ПК3 32
25.	Поведение сепаратрисы седел в грубых системах.	УК1 31, ПК1 31

## ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ (Шкалы оценивания)

Результаты выполнения обучающимся заданий на зачете оцениваются по шкале «зачтено» - «не зачтено», на экзамене - по пятибалльной шкале (*выбрать необходимое*).

В основе оценивания лежат критерии порогового и повышенного уровня характеристик компетенций или их составляющих частей, формируемых на учебных занятиях по дисциплине

**«Зачтено»** - соответствует пороговому уровню и выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, демонстрирует недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

**«Не зачтено»** - выставляется обучающемуся, который не достигает порогового уровня, демонстрирует непонимание проблемы, не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.