

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ С.А. ЕСЕНИНА»

Утверждаю:  
Декан физико-математического  
факультета  
 Н.Б. Федорова  
«30» августа 2018 г.

**ПРОГРАММА**

**Государственной итоговой аттестации**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

направленность (профиль)

**Математические методы в экономике**

квалификация магистр

Рязань 2018

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Целью Государственной итоговой аттестации (далее ГИА) является определение соответствия результатов освоения обучающимися ОПОП ВО, реализуемой в Рязанском государственном университете имени С.А. Есенина, требованиям ФГОС ВО.

Программа ГИА разработана в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации», Приказом Министерства образования и науки РФ от 05.04.2017 № 301 «Об утверждении Порядка организации осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры», Приказом Министерства образования и науки РФ от 29.06.2015 № 636 «Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры»; «Порядком проведения государственных экзаменов и защиты выпускных квалификационных работ», утвержденным приказом РГУ имени С.А. Есенина от 07.04.2016 № 43-од, а также иными локальными нормативными актами РГУ имени С.А. Есенина.

К ГИА допускается обучающийся, не имеющий академической задолженности и в полном объеме выполнивший учебный план по соответствующей образовательной программе высшего образования.

**1.1. ГИА по направлению подготовки 01.04.01 Математика, направленность (профиль) Математические методы в экономике** включает:

- государственный экзамен
- защиту выпускной квалификационной работы.

Результаты каждого государственного аттестационного испытания определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного аттестационного испытания.

**1.2. Виды профессиональной деятельности выпускника и соответствующие им задачи профессиональной деятельности:**

### **1.2.1. Виды профессиональной деятельности выпускника.**

Основной профессиональной образовательной программой предусматривается подготовка выпускника к следующим видам профессиональной деятельности:

- а) научно-исследовательская
- б) педагогическая
- в) производственно-технологическая

## **1.2.2. Задачи профессиональной деятельности:**

### ***в области научно-исследовательской деятельности:***

применение методов математического и алгоритмического моделирования при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных, организационных и прикладных задач широкого профиля;

анализ и обобщение результатов научно-исследовательских работ в области математики с использованием современных достижений науки и техники, передового российского и зарубежного опыта;

подготовка к проведению семинаров, конференций, симпозиумов,

подготовка и редактирование научных публикаций;

### ***в области педагогической деятельности:***

преподавание физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных организациях, профессиональных образовательных организациях и организациях дополнительного образования;

разработка методического обеспечения учебного процесса в образовательных организациях, профессиональных образовательных организациях и организациях дополнительного образования;

социально-ориентированная деятельность, направленная на популяризацию точного знания, распространение научных знаний среди широких слоев населения, в том числе молодежи, поддержку и развитие новых образовательных технологий;

### ***в производственно-технологической деятельности:***

применение фундаментальных математических знаний и творческих навыков для быстрой адаптации к новым задачам, возникающим в процессе развития вычислительной техники и математических методов, к росту сложности математических алгоритмов и моделей, к необходимости быстрого принятия решений в новых ситуациях;

использование современной вычислительной техники и программного обеспечения в соответствии с направленностью программы магистратуры;

накопление, анализ и систематизация требуемой информации с использованием современных методов автоматизированного сбора и обработки информации;

разработка нормативных методологических документов и участие в определении стратегии развития корпоративной сети.

## **1.3. Требования к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы**

### **1.3.1. Выпускник должен обладать следующими общекультурными компетенциями:**

способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);

готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения (ОК-2);

готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала (ОК-3).

### **1.3.2. Выпускник должен обладать следующими общепрофессиональными компетенциями:**

способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики (ОПК-1);

способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках (ОПК-2);

готовностью самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов (ОПК-3);

готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-4);

готовностью руководить коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОПК-5).

**1.3.3. Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями, включая установленные университетом**

***научно-исследовательская деятельность:***

способность к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1);

способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2);

способностью публично представить собственные новые научные результаты (ПК-3);

***производственно-технологическая деятельность:***

способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач (ПК-4);

способность к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах (ПК-5);

способность к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках (ПК-6);

***педагогическая деятельность:***

способностью к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных учреждениях, профессиональных образовательных организациях и организациях дополнительного образования (ПК-10);

способность и предрасположенность к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризовать научные достижения (ПК-11);

способностью к проведению методических экспертных работ в области математики (ПК-12).

## **2. МЕСТО ГИА В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Блок 3 «Государственная итоговая аттестация» относится к базовой части ОПОП программы магистратуры по направлению подготовки **01.04.01 Математика** направленность (профиль) **Математические методы в экономике**.

Трудоемкость блока «Государственная итоговая аттестация» в соответствии с требованиями ФГОС ВО:

6 зачётных единиц,

в том числе контактная работа 30,5 часов.

В структуру блока «Государственная итоговая аттестация» входит защита выпускной квалификационной работы (далее ВКР), включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты, а также подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена (далее ГЭ).

## **3. ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН**

Трудоемкость подготовки к сдаче и сдача государственного экзамена – 2 зачётных единицы, в том числе контактная работа 2,25 часа, самостоятельная работа студента 69,72 часа.

**3.1.** В рамках подготовки к ГЭ и его сдачи проверяется уровень сформированности у выпускника следующих компетенций:

Таблица 1

**Компетенции обучающихся, проверяемые в ходе проведения государственного междисциплинарного экзамена**

<b>Код</b>	<b>Содержание</b>
<i>Регламентированные ФГОС ВО</i>	
<b>Общекультурные компетенции (ОК)</b>	
ОК-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОК-2	готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения
ОК-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
<b>Общепрофессиональные компетенции (ОПК)</b>	
ОПК-1	способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики
ОПК-2	способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках
ОПК-3	готовностью самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов
ОПК-4	готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-5	готовностью руководить коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
<b>Профессиональные компетенции (ПК)</b>	
ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом
ПК-3	способностью публично представить собственные новые научные результаты
ПК-4	способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач
ПК-5	способность к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах
ПК-6	способность к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках
ПК-10	способностью к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных учреждениях, профессиональных образовательных организациях и организациях дополнительного образования

ПК-11	способность и предрасположенностью к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризовать научные достижения
ПК-12	способностью к проведению методических экспертных работ в области математики

### 3.2. Вид ГЭ – междисциплинарный экзамен

Форма проведения ГЭ – *устная*.

Перечень разрешенных к использованию на ГЭ:

#### Учебные пособия

№ п/п	Автор (ы), наименование, место издания и издательство, год	Количество экземпляров	
		в библиотеке	на кафедре
1.	Математика [Текст] : практикум: [для студентов экономических специальностей]. Ч. 2 / РГУ им. С. А. Есенина; авт.- сост. Е. Ю. Лискина. – Рязань : РГУ, 2009. – 232 с.	12	1

**Электронно-вычислительная техника:** при решении задач студентам разрешено использовать микрокалькулятор.

Перечень основных учебных дисциплин ОПОП ВО или их разделов, содержание и примерный перечень вопросов и заданий, выносимых для проверки на ГЭ:

#### 1. Компьютерное и эконометрическое моделирование экономических процессов

№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
1	Парные регрессионные модели	Моделирование парных регрессий. Линейные и нелинейные модели: спецификация и идентификация. Коэффициенты эластичности. Индексы корреляции и детерминации нелинейной регрессии. Проверка значимости в целом уравнения регрессии. Критерии выбора наилучшей модели. Оценка возможности замены нелинейной модели линейной. Прогнозирование на основе модели парной регрессии.

2	Моделирование множественных регрессий	<p>1. Множественная линейная регрессия: отбор факторов, спецификация, идентификация. Коэффициенты множественной корреляции и детерминации. Оценка надежности результатов множественной регрессии. Прогнозирование с помощью модели множественной регрессии. Условия Гаусса-Маркова.</p> <p>2. Множественная нелинейная регрессия: методы линеаризации. Скорректированный индекс детерминации. Моделирование производственных функций; построение модели потребительского выбора.</p> <p>3. Множественная линейная модель регрессии в условиях мультиколлинеарности. Мультиколлинеарность и её последствия. Методы улучшения модели множественной регрессии. Переход к ортогонализированным признакам. Метод главных компонент.</p> <p>4. Линейные регрессионные модели при нарушении условий Гаусса-Маркова. Гомо- и гетероскедастичность дисперсии остатков. Коррелированность остатков.</p> <p>5. Нелинейные модели множественной регрессии. Выбор формы модели. Проблемы спецификации. Подбор линеаризующего преобразования.</p>
3	Моделирование одномерных временных рядов	<p>1. Модели временных рядов. Основные элементы временного ряда. Тенденции временного ряда. Свойства коэффициента автокорреляции. Автокорреляционная функция временного ряда. Коррелограмма. Выявление структуры временного ряда. Определение периода сезонной компоненты. Сглаживание временных рядов методами скользящих средних.</p> <p>2. Проверка структурной стабильности тенденции временного ряда. Критерии Чоу и Гуйарати</p> <p>3. Моделирование циклических колебаний. Аддитивная модель временного ряда. Мультипликативная модель временного ряда. Геометрическая интерпретация аддитивной и мультипликативной моделей. Построение сезонной компоненты методом Фурье. Моделирование сезонных колебаний с помощью фиктивных переменных.</p> <p>4. Прогнозирование одномерных временных рядов по построенным моделям.</p> <p>5. Авторегрессионные модели.</p>
3.	Анализ панельных данных	<p>1. Панельные данные (классификация, формирование). Цели исследования панельных данных: скрытые переменные и индивидуальные эффекты. Одно- и двунаправленные модели.</p> <p>2. Построение регрессионных моделей по панельным данным:</p> <p>а) модель общей регрессии и модели несвязанных регрессий,</p> <p>б) модель с фиксированными эффектами на основе фиктивных переменных,</p> <p>в) модель с фиксированными эффектами на основе отклонений от средних,</p> <p>г) модель со случайными эффектами.</p> <p>3. Статистическая оценка индивидуальных и скрытых эффектов.</p> <p>4. Выбор наилучшей модели. Критерии Бреуша-Пагана и Хаусмана.</p>

### Вопросы к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Сформулировать основные принципы построения моделей парной линейной и парной нелинейной регрессий. Записать виды линеаризующих преобразований, перечислить их особенности. Записать формулы для вычисления скорректированного индекса детерминации для регрессий, нелинейных по зависимой переменной.
2	Сформулировать основные принципы построения модели множественной линейной регрессии. Сформулировать понятие мультиколлинеарности, перечислить способы её выявления и устранения.
3	Сформулировать основные принципы построения модели множественной нелинейной рег-

	рессии. Сформулировать основные принципы построения модели множественной регрессии с фиктивными переменными, записать правила введения фиктивных переменных, оценки коэффициентов и экономический смысл.
4	Сформулировать понятие временного ряда и перечислить его характеристики. Перечислить методы выявления и методы построения тенденции временного ряда. Записать их алгоритмы. Перечислить критерии проверки структурной стабильности тенденции временного ряда. Сформулировать причины, приводящие к изменению структурной стабильности.
5	Перечислить методы выявления циклических процессов временного ряда. Записать их алгоритмы. Сформулировать особенности моделирования циклических процессов с помощью аддитивной и мультипликативной моделей временного ряда. Сформулировать особенности моделирования циклических процессов с помощью фиктивных переменных и методом Фурье.
6	Сформулировать понятие панельных данных, привести алгоритм построения, перечислить типы панелей, особенности исследования. Сформулировать основные принципы исследования панельных данных. Дать классификацию моделей, получаемых на основе панельных данных, сформулировать их назначение.
7	Сформулировать определения моделей общей регрессии, несвязанных регрессий, модели с фиксированными эффектами. Записать алгоритмы их построения. Сформулировать критерий выбора между моделями с фиксированными эффектами и общей регрессией, а также между моделью с фиксированными эффектами и моделью несвязанных регрессий (тесты Вальда).
8	Сформулировать определения моделей общей регрессии, несвязанных регрессий, модели с фиксированными эффектами и модели со случайными эффектами. Записать алгоритмы их построения. Сформулировать критерий выбора между моделями с фиксированными эффектами и общей регрессией, а также между моделью с фиксированными эффектами и моделью несвязанных регрессий (тесты Вальда).

### Задачи к экзамену

№	Содержание оценочного средства																						
1	<p>Имеются данные о цене однокомнатной квартиры и величине её общей площади по 10 сделкам одного района города.</p> <table border="1"> <tr> <td>X, Площадь, кв. м</td> <td>35</td> <td>35</td> <td>33</td> <td>34</td> <td>38</td> <td>40</td> <td>40</td> <td>39</td> <td>37</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td>Y, Цена квартиры, тыс. у. е.</td> <td>29</td> <td>31</td> <td>35</td> <td>35</td> <td>45</td> <td>46</td> <td>45</td> <td>44</td> <td>38</td> <td>37</td> </tr> </table> <p>Построить поле корреляции и сформулировать гипотезу о форме связи. Рассчитать параметры парной линейной регрессии Y на X, найти статистические характеристики модели, оценить её значимость и значимость её коэффициентов</p>	X, Площадь, кв. м	35	35	33	34	38	40	40	39	37	36	Y, Цена квартиры, тыс. у. е.	29	31	35	35	45	46	45	44	38	37
X, Площадь, кв. м	35	35	33	34	38	40	40	39	37	36													
Y, Цена квартиры, тыс. у. е.	29	31	35	35	45	46	45	44	38	37													

## 2. Математический анализ и его приложение к экономике

№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
1	Дифференциальное исчисление функции одной переменной и его применение в экономике	<p>Свойства функций, непрерывных на сегменте.</p> <p>Исследование однофакторных функций спроса (от цены, от дохода потребителя). Производная и дифференциал, геометрический смысл, правила дифференцирования, производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.</p> <p>Применение производных при исследовании функций. Задачи на наибольшее и наименьшее значение функции.</p> <p>Исследование однофакторных оптимизационных моделей микроэкономики спроса (от цены, от дохода потребителя).</p> <p>Статическая модель рыночного равновесия.</p>

2	Функции многих переменных. Применение при решении задач в экономике.	Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Производственные функции и функции полезности. Экстремумы и условные экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции многих переменных. Задачи о моделировании поведения потребителя и поведения производителя. Интегральное исчисление функций многих переменных.
3.	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Применение при решении задач в экономике.	Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Динамические модели рынка.

### Вопросы к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1.	Сформулировать и доказать теоремы об исследовании функций одной переменной на монотонность и наличие локального экстремума. Привести примеры функций из экономики и проиллюстрировать на их примере экономический смысл этих теорем.
2.	Сформулировать и доказать теоремы об исследовании функций одной переменной на выпуклость и наличие точек перегиба. Привести примеры функций из экономики и проиллюстрировать на их примере экономический смысл этих теорем.
3.	Сформулировать определение локального экстремума функции многих переменных. Сформулировать и доказать необходимое условие локального экстремума и достаточное условие локального экстремума. Привести экономический смысл этих теорем.
4.	Сформулировать предпосылки однофакторной оптимизационной модели микроэкономики, выполнить её исследование.
5.	Сформулировать определение условного экстремума функции многих переменных. Сформулировать необходимое условие условного экстремума и достаточное условие условного экстремума. Привести экономический смысл этих теорем.
6.	Сформулировать предпосылки двухфакторной оптимизационной модели фирмы, выполнить её исследование в краткосрочном (при фиксированном уровне издержек) и долгосрочном периодах.
7.	Сформулировать предпосылки модели потребительского выбора для двух благ. Показать возможности этой модели для исследования зависимости спроса от дохода потребителя, спроса от цены.
8.	Сформулировать основные предпосылки статической и динамической моделей рыночного равновесия и условия достижения равновесной цены.

### Задачи к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1.	Производственная функция некоторого предприятия имеет вид $Q = \gamma K^\alpha L^\beta$ , цена единицы продукции $P$ денежных единиц, функция издержек линейна, стоимость аренды единицы производственных фондов $w_K$ денежных единиц, ставка заработной платы $w_L$ денежных единиц на человека. Найти оптимальное распределение ресурсов и

	<p>соответствующую ему прибыль от производства одного вида продукции в долгосрочном периоде, если предприятие может неограниченно увеличивать затраты ресурсов.</p> <p>Построить линии уровня производственной функции <math>Q = \gamma K^\alpha L^\beta</math> и функции издержек <math>Q = (w_L L + w_K K)</math> в одной системе координат.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>P</math></td> <td><math>\gamma</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>1</td> <td>0,5</td> <td>0,5</td> </tr> </table>	$P$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	8	1	0,5	0,5						
$P$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$												
8	1	0,5	0,5												
2.	<p>Производственная функция некоторого предприятия имеет вид <math>Q = \gamma K^\alpha L^\beta</math>, цена единицы продукции <math>P</math> денежных единиц, функция издержек линейна, стоимость аренды единицы производственных фондов <math>w_K</math> денежных единиц, ставка заработной платы <math>w_L</math> денежных единиц на человека. Найти оптимальное распределение ресурсов и соответствующую ему прибыль от производства одного вида продукции в долгосрочном периоде, если затраты ресурсов ограничены величиной <math>C_0</math> денежных единиц (точку условного экстремума функции <math>PQ = P\gamma K^\alpha L^\beta</math> при условии <math>C_0 - (w_L L + w_K K) = 0</math>).</p> <p>Построить линии уровня производственной функции <math>Q = \gamma K^\alpha L^\beta</math> и функции издержек <math>Q = (w_L L + w_K K)</math> в одной системе координат.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>w_K</math></td> <td><math>w_L</math></td> <td><math>C_0</math></td> <td><math>P</math></td> <td><math>\gamma</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>1</td> <td>0,5</td> <td>0,5</td> </tr> </table>	$w_K$	$w_L$	$C_0$	$P$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	2	3	6	8	1	0,5	0,5
$w_K$	$w_L$	$C_0$	$P$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$									
2	3	6	8	1	0,5	0,5									
3.	<p>Дана функция полезности от двух благ <math>u(Q_1, Q_2) = Q_1 Q_2</math>. Цены благ равны соответственно <math>P_1 = 10</math> денежных единиц, <math>P_2 = 2</math> денежные единицы, доход потребителя ограничен величиной <math>I = 60</math> денежных единиц.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти оптимальное распределение благ <math>Q_1</math> и <math>Q_2</math> и соответствующую им полезность (сделать чертеж).</li> <li>2. Получить общий вид функций потребительского спроса, а также: <ol style="list-style-type: none"> <li>а) прямые функции спроса на блага <math>Q_1</math> и <math>Q_2</math> в зависимости от цен;</li> <li>б) перекрестные функции спроса на блага <math>Q_1</math> и <math>Q_2</math> в зависимости от цен;</li> <li>в) функции спроса на блага <math>Q_1, Q_2</math> в зависимости от дохода потребителя.</li> </ol> </li> </ol>														
4.	<p>Производитель реализует свою продукцию по цене <math>P(Q) = p - cQ</math> за единицу, а издержки при этом задаются кубической зависимостью <math>C(Q) = aQ + \lambda Q^3</math> (<math>a &lt; p</math>, <math>\lambda &gt; 0</math>). Найти:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) оптимальный для производителя объем выпуска продукции <math>Q_0</math> и соответствующую ему прибыль: а) при отсутствии налогообложения; б) при налоге <math>\beta</math> на единицу продукции; в случае б) найти максимально возможную ставку налога на прибыль;</li> <li>2) средние и предельные издержки при уровне выпуска <math>Q_0</math>;</li> <li>3) среднюю и предельную выручку при уровне выпуска <math>Q_0</math>;</li> <li>4) определить, какой тип экономической структуры (монополии или совершенной конкуренции) имеет место в данной задаче.</li> </ol> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>p</math></td> <td><math>c</math></td> <td><math>a</math></td> <td><math>\lambda</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> <tr> <td>100</td> <td>3</td> <td>30</td> <td>0,03</td> <td>5</td> </tr> </table>	$p$	$c$	$a$	$\lambda$	$\beta$	100	3	30	0,03	5				
$p$	$c$	$a$	$\lambda$	$\beta$											
100	3	30	0,03	5											
5.	<p>Пусть опытным путем установлены функции спроса и предложения от цены товара <math>P</math>: <math>D(P) = \frac{p+8}{p+2}</math>, <math>S(P) = p + 0,5</math>. Найти:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) равновесную цену;</li> <li>2) эластичность спроса и предложения при равновесной цене;</li> <li>3) изменение спроса (в процентах) и изменение дохода (в процентах) при увеличении цены на <math>a</math> %;</li> <li>4) выяснить двумя способами (графически и с использованием эластичности), является ли</li> </ol>														

	данная паутинная модель «скручивающейся».
--	---

### 3. Вариационное исчисление и методы оптимизации

№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
1	Функционалы. Функциональные пространства	Определение функционала. Примеры функционала. Построение функционалов качества (линейных и квадратичных). Линейные нормированные пространства. Пространства $C_{[a,b]}$ , $D_{[a,b]}$ .
2	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала	Определение линейного функционала. Примеры линейных функционалов. Условия обращения в ноль линейных функционалов. Необходимые условия экстремума функционала.
3	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами	Уравнение Эйлера. Частные виды уравнения Эйлера. Примеры. Условия разрешимости задачи со свободными концами.
4	Изопериметрическая задача. Условный экстремум	Теорема о существовании экстремума функционала, заданного на множестве функций, на котором специальный функционал имеет постоянное значение. Необходимое условие экстремума функционала, определенного на множестве функций, удовлетворяющих уравнению связи. Примеры.

#### Вопросы к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Сформулировать определение и аксиомы линейного нормированного пространства. Привести примеры линейных нормированных пространств, показать выполнимость аксиом.
2	Сформулировать и доказать теорему о равенстве нулю функции $f \in C_{[a,b]}$ и $\int_a^b f(x)h(x)dx = 0$ при любой функции $h \in C_{[a,b]}$ , удовлетворяющей равенствам $h(a) = h(b) = 0$ .
3	Сформулировать и доказать теорему о равенстве $F(x) \equiv C$ , $C - const$ , если $F \in C_{[a,b]}$ и $\int_a^b F(x)h'(x)dx = 0$ при любой функции $h \in C_{[a,b]}$ , удовлетворяющей равенствам $h(a) = h(b) = 0$ .
4	Сформулировать и доказать теорему о дифференцируемости функции $F(x)$ и выполняемости равенства $f(x) - F'(x) = 0$ , если $f \in C_{[a,b]}$ , $F \in C_{[a,b]}$ и $\int_a^b [f(x)h(x) + F(x)h'(x)]dx = 0$ для любой функции $h \in C_{[a,b]}$ , удовлетворяющей равенствам $h(a) = h(b) = 0$ .
5	Сформулировать и представить решение в общем виде для задачи с закрепленными концами для нелинейного функционала.

6.	Сформулировать и представить решение в общем виде для задачи со свободными концами для нелинейного функционала.
7.	Сформулировать и представить решение в общем виде для изопериметрической задачи для нелинейного функционала.

### Задачи к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Установить, является ли множество $M$ функций, определенных равенством $y = c \sin x$ , где $c \in R$ - множество всех действительных чисел, заданных на сегменте, линейным нормированным пространством.
2	Доказать что функционал $I(y) = \int_2^3 (2xh - 3h^2) dx$ является линейным в пространстве $D_1$ .
3	Дан функционал $I(y) = \int_1^2 (2xy - y'^2) dx$ . Определить, является ли функция $y_0 = 3x + 1$ экстремальной для функционала $I$ .
4	Среди всех функций $y(x) \in D_1$ , концы которых принадлежат прямым $x = 2$ , $x = 3$ , найти ту, которая обращает в ноль дифференциал функционала $I(y) = \int_2^3 (4y + 6y'^2) dx$ .

## 4. Оптимальное управление экономическими процессами

№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
1	Задача оптимального управления в экономических системах	Построение математической модели управляемой экономической системы. Функционал качества. Задача об оптимальном управлении в смысле быстродействия.
2	Оптимальное быстродействие в экономических системах	Методы решения задачи об оптимальном управлении в смысле быстродействия. Теорема о необходимом условии существования оптимального управления в смысле быстродействия.
3	Проблема синтеза линейной управляемой модели двухсекторной экономики	Существование кусочно-постоянного оптимального управления в смысле быстродействия линейной модели двухсекторной экономической системы. Определение времени достижения запланированного результата.
4	Оптимальное управление линейной модели многосекторной экономической системы	Принцип максимума Понтрягина. Необходимое и достаточное условие существования оптимального управления линейных систем в смысле быстродействия (без доказательства). Примеры конкретных математических моделей экономических систем.

### Вопросы к экзамену

№	Содержание оценочного средства
---	--------------------------------

1	Сформулировать определения управляемой системы дифференциальных уравнений, функционала качества, задачу об оптимальном управлении в смысле быстродействия. Приведите пример построения математической модели управляемой экономической системы с функционалом качества.
2	Перечислите методы решения задачи об оптимальном управлении в смысле быстродействия. Сформулируйте их алгоритмы. Сформулируйте и докажите теорему о необходимом условии существования оптимального управления в смысле быстродействия.
3	Сформулируйте условия существования кусочно-постоянного оптимального управления в смысле быстродействия линейной модели двухсекторной экономической системы. Сформулируйте алгоритм определения времени достижения запланированного результата.
4	Сформулируйте принцип максимума Понтрягина и необходимое и достаточное условие существования оптимального управления линейных систем в смысле быстродействия (без доказательства). Приведите примеры конкретных математических моделей экономических систем.

### Задачи к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Развитие двухсекторной экономической системы определяется моделью $\dot{x}_1 = 4x_2$ , $\dot{x}_2 = u$ , $U = \{u \in E_1 :  u  \leq 3\}$ . Начальный объем производственных фондов определяется вектором $x_0 = (4,2)$ , плановое задание – вектором $r = (2,4)$ . Найти оптимальное управление и время перехода экономической системы из состояния $x_0$ в состояние $r$ .
2	Развитие двухсекторной экономической системы определяется моделью $\dot{x}_1 = 4x_2$ , $\dot{x}_2 = u$ , $U = \{u \in E_1 :  u  \leq 4\}$ . Начальный объем производственных фондов определяется вектором $x_0 = (1,3)$ , плановое задание – вектором $r = (4,5)$ . Найти оптимальное управление и время перехода экономической системы из состояния $x_0$ в состояние $r$ .
3	Развитие двухсекторной экономической системы определяется моделью $\dot{x}_1 = 6x_2$ , $\dot{x}_2 = u$ , $U = \{u \in E_1 :  u  \leq 3\}$ . Начальный объем производственных фондов определяется вектором $x_0 = (3,2)$ , плановое задание – вектором $r = (1,5)$ . Найти оптимальное управление и время перехода экономической системы из состояния $x_0$ в состояние $r$ .
4	Развитие двухсекторной экономической системы определяется моделью $\dot{x}_1 = 5x_2$ , $\dot{x}_2 = u$ , $U = \{u \in E_1 :  u  \leq 2\}$ . Начальный объем производственных фондов определяется вектором $x_0 = (2,3)$ , плановое задание – вектором $r = (4,1)$ . Найти оптимальное управление и время перехода экономической системы из состояния $x_0$ в состояние $r$ .

## 5. Математические основы исследования динамических процессов в экономике

№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
1	Теоремы существования решения	Теорема Пикара – Линделёфа; теорема Пеано; продолжаемые и непродолжаемые решения; теорема о продолжительности решения.
2	Дифференциальные неравенства и теоремы	Неравенство Гронуолла-Беллмана; максимальное и минимальное решение; дифференциальные

	единственности решения	неравенства; теорема Уинтнера; теоремы единственности; теорема Ван-Кампена.
3	Системы линейных дифференциальных уравнений	Линейные системы; вариация постоянных, основные неравенства; теория Флоке (мультипликаторы, матрица монодромии), сопряженные системы.

### Вопросы к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1.	Сформулировать определение дифференциального уравнения, его порядка, его общего и частного решений, задачи Коши. Сформулировать теоремы Пикара-Линделёфа и Пеано, доказать одну из них.
2.	Сформулировать определение продолжаемого и непродолжаемого решений дифференциального уравнения. Сформулировать и доказать теорему о продолжительности решения.
3.	Записать и доказать неравенство Гронуолла-Беллмана. Сформулировать определение максимального и минимального решения. Записать дифференциальные неравенства. Сформулировать теорему Уинтнера, теоремы единственности, теорему Ван-Кампена.
4.	Сформулировать определения линейной системы дифференциальных уравнений, линейно однородной и линейной неоднородной систем. Сформулировать и доказать свойства и записать алгоритмы решения линейных однородных систем.
5.	Сформулировать определения линейной системы дифференциальных уравнений, линейно однородной и линейной неоднородной систем. Сформулировать и доказать свойства и записать алгоритмы решения линейных неоднородных систем.
6.	Сформулировать определения мультипликаторов и матрицы монодромии линейной системы дифференциальных уравнений, сопряжённой системы. Сформулировать и доказать теорему Флоке.

### Задачи к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Система линейных однородных дифференциальных уравнений имеет вид: $\begin{cases} \dot{x} = x - y - z, \\ \dot{y} = 3x - 3y - 3z, \\ \dot{z} = y - x + z. \end{cases}$ Найти общее решение системы матричным методом и методом исключения.
2	Методом вариации произвольных постоянных найти общее решение системы $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_2 \\ \dot{x}_2 = 5x_1 + 7x_2 + e^{2t} \end{cases}$
3	Найти частное решение системы $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - 2x_1 + \sin t \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + 2x_2 + \cos t \end{cases}$ , удовлетворяющее начальным данным $x_1(0) = 1, x_2(0) = -2$ .
4	Решить систему методом нахождения частного решения по виду правой

	части:	$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 + t \\ \dot{x}_2 = -x_2 + 4x_3 + 1 \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 4x_3 - t \end{cases}$
--	--------	--

## 6. Качественный анализ математических моделей экономических процессов

№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
1	Качественный анализ математических моделей автономных экономических процессов	<p><b>Качественные методы исследования нелинейных автономных систем с одной степенью свободы.</b> Фазовое пространство и фазовые траектории динамических систем. Состояния равновесия систем с одной степенью свободы. Замкнутые фазовые траектории. Индексы особых точек и замкнутых фазовых траекторий - индексы Пуанкаре. Критерии отсутствия замкнутых фазовых траекторий. Об отсутствии фазовых траекторий, уходящих в бесконечность. Поведение траекторий на бесконечности. Оценка местоположения предельных циклов. Топографическая система Пуанкаре. Кривые контактов. Понятие грубости динамической системы. О фазовом портрете динамической системы. Простейшая консервативная система. Диссипативные системы. Автоколебательные системы.</p> <p><b>Бифуркации динамических систем второго порядка.</b> Бифуркационное значение параметра. Простейшие бифуркации, не связанные с рождением предельных циклов. Бифуркации, связанные с рождением предельных циклов.</p> <p><b>Качественные методы в динамике экономических систем. Метод точечных преобразований.</b> Функция последования. Точечное преобразование. Неподвижная точка. Устойчивость неподвижной точки. Диаграмма Ламерея и теорема Кёнигса. Теорема Пуанкаре для автономных динамических систем.</p> <p><b>Метод Пуанкаре.</b> Примеры применения метода Пуанкаре.</p>

### Вопросы к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1.	Сформулировать определения: фазового пространства, фазовой траектории динамических систем, состояния равновесия систем с одной степенью свободы, замкнутой фазовой траектории, индекса особых точек и замкнутых фазовых траекторий – индексы Пуанкаре. Сформулировать критерии отсутствия замкнутых фазовых траекторий и теоремы об отсутствии фазовых траекторий, уходящих в бесконечность (одно из утверждений доказать).
2.	Сформулировать утверждения о поведении траекторий на бесконечности и об оценке местоположения предельных циклов.
3.	Сформулировать определение топографической системы Пуанкаре и кривых контактов. Сформулировать понятие грубости динамической системы и утверждения о фазовом портрете динамической системы (одно из утверждений доказать)
4.	Сформулировать определения бифуркации динамической системы второго порядка, бифуркационного значения параметра. Перечислить простейшие бифуркации, не связанные с рождением предельных циклов. Перечислить бифуркации, связанные с

	рождением предельных циклов. Привести примеры.
5.	Сформулировать определения: консервативной системы, диссипативной системы, автоколебательной системы. Привести примеры, перечислить отличительные особенности фазовых портретов.
6.	Сформулировать основные определения и утверждения метода точечных преобразований (одно из утверждений доказать): функция последования, точечное преобразование, неподвижная точка, устойчивость неподвижной точки, диаграмма Ламерея и теорема Кёнигса, теорема Пуанкаре для автономных динамических систем.
7.	Сформулировать основные определения и утверждения метода Пуанкаре. Привести примеры применения метода.

### Задачи к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Методом Пуанкаре найти приближённо периодическое решение дифференциального уравнения: $\ddot{x} + 7x = 3 \cos t + \mu x^2$
2	Найти особые точки системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} \dot{x} = 4x^2 - y^2, \\ \dot{y} = -4x + 2xy - 8. \end{cases}$ . Определить их тип. Схематично построить фазовый портрет в окрестности каждой из особых точек.

## 7. Математические методы исследования устойчивого развития экономической системы

№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
1	Устойчивость по Ляпунову: общие положения	Некоторые положения функционального анализа. Определение устойчивости движения: устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, неустойчивость. Устойчивое развитие в макроэкономике
2	Общие теоремы об устойчивости линейных систем.	Устойчивость линейных однородных систем. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами. Примеры из экономики.
3	Первый метод Ляпунова решения задачи устойчивости	Характеристические показатели функций. Спектр линейной однородной системы. Достаточное условие асимптотической устойчивости линейной дифференциальной системы. Примеры из экономики.
4	Второй метод Ляпунова	Знакоопределённые, знакопостоянные и знакопеременные функции. Теоремы второго метода для неустановившихся движений. Теоремы Ляпунова об устойчивости для неустановившихся движений; теоремы Ляпунова о неустойчивости для неустановившихся движений; теорема Четаева. Построение функций Ляпунова для линейных динамических систем. Примеры из экономики.

### Вопросы к экзамену

№	Содержание оценочного средства
---	--------------------------------

1.	Сформулировать определение устойчивости движения: устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, неустойчивость. Привести примеры динамических макроэкономических моделей, демонстрирующих устойчивое развитие.
2.	Сформулировать и доказать теоремы об устойчивости линейных однородных систем. Привести примеры динамических макро- и микроэкономических моделей, иллюстрирующих данную теорию.
3.	Сформулировать и доказать теоремы об устойчивости линейных систем с постоянными коэффициентами. Привести примеры динамических макро- и микроэкономических моделей, иллюстрирующих данную теорию.
4.	Сформулировать определения характеристических показателей функций, спектра линейной однородной системы. Сформулировать и доказать достаточное условие асимптотической устойчивости линейной дифференциальной системы. Привести примеры из экономики.
5.	Сформулировать теоремы Ляпунова об устойчивости для неустановившихся движений; теоремы Ляпунова о неустойчивости для неустановившихся движений; теорему Четаева. Привести примеры из экономики, иллюстрирующие данную теорию

### Задачи к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Исследовать на устойчивость решение задачи Коши дифференциального уравнения с помощью определения: $\dot{x} = \sin^2 x$ , $x(0) = \pi$
2	Исследовать систему $\dot{x} = Ax$ , где $x \in R^3$ , на устойчивость: $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & -6 & -4 \\ -5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
3	Исследовать данную систему на устойчивость с помощью системы первого приближения: $\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 - x_2 + x_3 - x_1x_3 \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + x_2 + 2x_3 \\ \dot{x}_3 = 4x_1 - 3x_2 \end{cases}$
4	Исследовать на устойчивость систему $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - x_2^2x_1 \\ \dot{x}_2 = x_1^2x_2 - \frac{1}{2}x_2^3 \end{cases}$ с помощью функции $V = -2x_1^2 - x_2^2$ .

## 8. Математические модели в экономике

№ раздела	Наименование раздела учебной дисциплины	Содержание раздела в дидактических единицах
1	Условия рыночного равновесия	Определение понятия «рыночного равновесия». Определение понятия «предпочтительного товара», «наиболее предпочтительный набор товаров». Теорема о необходимом и достаточном условии рыночного равновесия. Оптимальный вектор цен.
2	Математическая модель определения суточной потребности человека в	Определение финансового функционала. Определение функционала энергетической ценности. Математический метод определения различных вариантов

	продуктах питания при ограниченном бюджете	составления суточного рациона человека при ограниченном бюджете. Примеры.
3	Построение франчайзинговой системы	Вводятся понятия «франчайзер», «франчайзинг», «франшиза», «роялти». Организация ведения бизнеса по франчайзинговой системе. Условия получения максимальной прибыли франчайзером. Методы нахождения экстремума функционала.
4	Математическая модель развития экономической системы с функционалом издержек	Определения начального объема производственных фондов и объема инвестиций, посредством которых (согласно модели) экономическая система к намеченному моменту времени достигла бы запланированного результата с минимальными издержками. Теоремы о разрешимости и неразрешимости поставленной задачи.
5	Управляемая математическая модель стабильного развития экономической системы в условиях внешних воздействий	Построение и исследование математической модели экономической системы. Стабильное развитие. Решается задача сохранения стабильного развития экономической системы, определяется объем инвестиций, компенсирующих возможные потери в результате внешних воздействий. Определены условия, при выполнении которых возможно как развитие системы, так и условия нежизнеспособности системы.

### Вопросы к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Сформулировать понятия рыночного равновесия, предпочтительного товара, наиболее предпочтительного набора товаров. Сформулировать положения модели рыночного равновесия. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условии рыночного равновесия. Привести алгоритм поиска оптимального вектора цен.
2	Сформулировать определения финансового функционала, функционала энергетической ценности. Обосновать математический метод определения различных вариантов составления суточного рациона человека при ограниченном бюджете. Привести примеры.
3	Сформулировать определения «франчайзер», «франчайзинг», «франшиза», «роялти». Сформулировать принципы организации ведения бизнеса по франчайзинговой системе. Перечислить условия получения максимальной прибыли франчайзером и методы нахождения экстремума функционала.
4	Сформулировать определения начального объема производственных фондов и объема инвестиций, посредством которых (согласно модели) экономическая система к намеченному моменту времени достигла бы запланированного результата с минимальными издержками. Доказать теоремы о разрешимости и неразрешимости поставленной задачи.
5	Сформулировать предположения для построения математической модели экономической системы. Сформулировать определение стабильного развития, объема инвестиций, компенсирующих возможные потери в результате внешних воздействий. Сформулировать и доказать условия, при выполнении которых возможно как развитие системы, так и условия нежизнеспособности системы.

### Задачи к экзамену

№	Содержание оценочного средства
1	Фирма поставляет на рынок элементарные товары $y_1, y_2, y_3$ , соответственно в количестве 6,9,11. Рынок посещают 3 потребителя $m_1, m_2, m_3$ . Потребитель $m_1$ имеет бюджет $d_1 = 6 \text{ у.е.}$ , потребитель $m_2$ имеет бюджет $d_2 = 5 \text{ у.е.}$ , потребитель $m_3$ имеет бюджет

<p><math>d_3 = 4 \text{ у.е.}</math>. Множество <math>P</math> векторов цен содержит два вектора <math>p_1, p_2</math>,  <math>p_1 = (1 \text{ у.е.}, 3 \text{ у.е.}, 2 \text{ у.е.})</math>, <math>p_2 = (2 \text{ у.е.}, 1 \text{ у.е.}, 2 \text{ у.е.})</math>.</p> <p>1. Определить и исследовать функцию спроса каждого потребителя. Определить число реализованных на рынке по цене <math>p \in P</math> каждого из товаров.</p> <p>2. Установить, существует ли равновесный вектор цен; в случае отрицательного ответа найти оптимальный вектор цен; определить доход фирмы от реализации товаров по оптимальной цене.</p>
---

### Список рекомендованной литературы

№ п/п	Наименование	Количество экземпляров	
		в библиотеке	на кафедре
1.	Благодатских, В. И. Введение в оптимальное управление. Линейная теория [Текст] : учебник / В. И. Благодатских. – Москва : Высшая школа, 2001. – 239 с.	3	
2.	Болдырев, Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 240 с. – Режим доступа: <a href="https://www.biblio-online.ru/book/9ACC282C-3884-4D46-8397-EAF6AF1DD0FF">https://www.biblio-online.ru/book/9ACC282C-3884-4D46-8397-EAF6AF1DD0FF</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	
3.	Васильева, А. Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов. – М. : Физматлит, 2005. – 214 с. – Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=68123">//biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=68123</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	
4.	Гордин, В. А. Дифференциальные и разностные уравнения: какие явления они описывают и как их решать [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Гордин. – М. : Издательский дом Высшей школы экономики, 2016. – 536 с. – Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=439955">//biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=439955</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	
5.	Демидович, Б. П. Лекции по математической теории устойчивости [Электронный ресурс] : учебное пособие. – СПб. : Лань, 2008. – 481 с. – Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=123">http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=123</a> . (дата обращения: 10.06.2018). То же [Текст]	ЭБС 3	
6.	Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б. А. Лагоша. – М. : Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004. – 133 с. – Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=90665">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=90665</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	

7.	Лискина, Е. Ю. Экономико-математические модели [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е. Ю. Лискина; РГУ им. С. А. Есенина. – Рязань : РГУ, 2009. – 110 с. – Режим доступа: <a href="http://dspace.rsu.edu.ru/xmlui/handle/123456789/636">http://dspace.rsu.edu.ru/xmlui/handle/123456789/636</a> (дата обращения: 10.06.2018)	ЭБС	1
8.	Математика [Текст] : практикум: [для студентов экономических специальностей]. Ч. 2 / РГУ им. С. А. Есенина; авт.- сост. Е. Ю. Лискина. – Рязань : РГУ, 2009. – 232 с. То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <a href="http://dspace.rsu.edu.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/638/">http://dspace.rsu.edu.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/638/</a> (дата обращения: 10.06.2018)	12, ЭБС	1
9.	Моделирование экономических процессов [Электронный ресурс]: учебник / под ред. М. В. Грачевой, Ю. Н. Черемных, Е. А. Тумановой. – М. : Юнити-Дана, 2015. – 544 с. – Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=119452">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=119452</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	
10.	Понтрягин, Л. С. Дифференциальные уравнения и их приложения [Текст] / Л. С. Понтрягин. - 2-е изд., стер. – Москва : УРСС, 2004. – 208 с.	5	
11.	Путко, Б. А. Эконометрика : учебник / Б. А. Путко, Н. Ш. Кремер ; под ред. Н. Ш. Кремера. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Юнити-Дана, 2012. – 329 с. – (Золотой фонд российских учебников). – Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=118251">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=118251</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	
12.	Терехин, М. Т. Условия рыночного равновесия [Текст] // Вестник Рязанского государственного университета имени С. А. Есенина. – 2011. – № 4. – С. 167-177.	2	
13.	Терехин, М. Т. Математические методы исследования некоторых проблем франчайзинговой системы [Текст] // Вестник Рязанского государственного университета имени С. А. Есенина. – 2013. – № 4. – С. 165-175.	2	
14.	Терехин, М. Т. Математическая модель определения суточной потребности человека в продуктах питания при ограниченном бюджете [Текст] // Вестник Рязанского государственного университета имени С. А. Есенина. – 2014. – № 4. – С. 172-178.	3	
15.	Треногин, В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебник / В. А. Треногин. – М. : Физматлит, 2009. – 312 с. – Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=82614">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=82614</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	
16.	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Электронный ресурс] : учебник: в 3-х т. Т. 1 / Г. М. Фихтенгольц. – СПб. : Лань, 2016. – 608 с. – Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71768">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71768</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	1
17.	Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Электронный ресурс] : учебник: в 3-х т. Т. 2 / Г. М. Фихтенгольц. – СПб. : Лань, 2016. – 800 с. – Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71769">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71769</a> (дата обращения: 10.06.2018).	ЭБС	1

## Рекомендации обучающимся по подготовке к ГЭ

Государственный экзамен проводится в форме устного ответа на вопросы экзаменационного билета.

За отведенное для подготовки время студент должен сформулировать четкий ответ по каждому вопросу билета. Во время подготовки рекомендуется не записывать на лист ответа все содержание ответа, а составить развернутый план, которому необходимо следовать во время сдачи экзамена.

Отвечая на экзаменационные вопросы, необходимо придерживаться определенного плана ответа, который не позволит студенту уйти в сторону от содержания поставленных вопросов. При ответе на экзамене допускается многообразие мнений. Это означает, что студент вправе выбирать любую точку зрения по дискуссионной проблеме, но с условием достаточной аргументации своей позиции. Приветствуется, если студент не читает с листа, а свободно излагает материал, ориентируясь на заранее составленный план.

К выступлению выпускника на междисциплинарном государственном экзамене предъявляются следующие требования:

- ответ должен строго соответствовать объему вопросов билета;
- ответ должен полностью исчерпывать содержание вопросов билета;
- ответ должен соответствовать определенному плану, который рекомендуется огласить в начале выступления;
- выступление на государственном экзамене должно соответствовать нормам и правилам публичной речи, быть четким, обоснованным, логичным.

Студент должен быть готов и к дополнительным (уточняющим) вопросам, которые могут задать члены государственной экзаменационной комиссии.

Таким образом, в ответе на вопросы междисциплинарного экзамена студент должен:

- показать знание математического аппарата, применяемого в экономико-математическом моделировании: методы эконометрического моделирования, методы математического анализа, методы теории динамических систем, качественного анализа, математической теории устойчивости, вариационного исчисления и методов оптимального управления; а также знание математических моделей микро- и макроэкономики, методов и приёмов их исследования, анализа и интерпретации результатов;
- продемонстрировать умение строить математические модели экономических явлений и процессов, умение классифицировать методы исследования математических моделей, умение логически грамотно и аргументировано интерпретировать результаты исследования, умение доказывать математические утверждения, возникшие в ходе исследования; умение вести исследовательскую, аналитическую и экспертную деятельность в области экономико-математических методов; умение планировать и осуществлять ис-

следование, разбивать его на задачи; умение использовать информационные технологии при поиске информации и осуществлении исследования;

– продемонстрировать владение грамотной, логически верно и аргументировано построенной устной и письменной речью, основами речевой профессиональной культуры исследователя, преподавателя и аналитика; способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды образовательного учреждения, региона, области, страны; основными механизмами социализации личности и профессионального самоопределения; способами пропаганды важности математических знаний и умений для социально-экономического развития страны; навыками работы с программными средствами общего и профессионального назначения; навыками использования нормативных правовых документов в своей профессиональной деятельности.

Во время ответа на поставленные вопросы надо быть готовым к дополнительным или уточняющим вопросам. Дополнительные вопросы задаются членами государственной экзаменационной комиссии в рамках билета и связаны, как правило, с неполным ответом. Уточняющие вопросы задаются, чтобы либо конкретизировать мысли студента, либо чтобы студент подкрепил те или иные теоретические положения примерами экономических явлений и процессов, либо привлек знания смежных учебных дисциплин. Полный ответ на уточняющие вопросы лишь усиливает эффект общего ответа студента.

### **3.3. Порядок проведения ГЭ.**

ГЭ проводится до защиты выпускной квалификационной работы.

Перед экзаменом проводятся консультирование обучающихся по вопросам, включенным в программу ГЭ – предэкзаменационная консультация.

ГЭ проводится на открытом заседании ГЭК.

При проведении устного экзамена выпускнику предоставляется один час для подготовки ответа. На вопросы билета экзаменуемый отвечает публично. Члены ГЭК вправе задавать дополнительные вопросы с целью выявления глубины знаний студентов по рассматриваемым темам. Продолжительность устного ответа на вопросы билета не должна превышать 30 минут.

### **3.4. Критерии оценки знаний на государственном экзамене.**

**Оценка «отлично»** выставляется обучающемуся, усвоившему программный материал, исчерпывающе, грамотно и логически стройно его излагающему, в свете которого тесно увязывается теория с практикой. При этом обучающийся не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с вопросами и другими видами контроля знаний,

проявляет знакомство с монографической литературой, правильно обосновывает принятые решения.

**Оценка «хорошо»** выставляется обучающемуся, твердо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающего его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, который имеет знания только основного материала, но не усвоил его детали, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения последовательности в изложении программного материала и испытывает трудности в выполнении практических заданий.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, который не усвоил значительной части программного материала, допускает существенные ошибки.

Оценки выставляются членами ГЭК коллегиально на закрытом заседании и объявляются выпускникам после подписания соответствующего протокола заседания комиссии:

— в день проведения государственного экзамена (для устной формы проведения экзамена);

#### **4. ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

Трудоемкость подготовки к процедуре защиты и процедура защиты ВКР – 4 зачётных единицы, в том числе контактная работа 30,25 часов, самостоятельная работа 113,75 часов.

Выпускная квалификационная работа представляет собой выполненную обучающимся работу, демонстрирующую уровень подготовленности выпускника к самостоятельной профессиональной деятельности:

- а) научно-исследовательской,
- б) педагогической,
- в) производственно-технологической.

Защита выпускной квалификационной работы проводится не ранее, чем через 7 дней после государственного экзамена.

**4.1.** По итогам защиты выпускной квалификационной работы проверяется уровень сформированности у выпускника следующих компетенций:

Таблица 2

Компетенции обучающихся, проверяемые при подготовке и защите

## выпускной квалификационной работы

Код	Содержание
<b>Регламентированные ФГОС ВО</b>	
<b>Общекультурные компетенции (ОК)</b>	
ОК-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОК-2	готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения
ОК-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
<b>Общепрофессиональные компетенции (ОПК)</b>	
ОПК-1	способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики
ОПК-2	способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках
ОПК-3	готовностью самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов
ОПК-4	готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-5	готовностью руководить коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
<b>Профессиональные компетенции (ПК)</b>	
ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом
ПК-3	способностью публично представить собственные новые научные результаты
ПК-4	способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач
ПК-5	способностью к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах
ПК-6	способность к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках
ПК-10	способностью к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных учреждениях, профессиональных образовательных организациях и организациях дополнительного образования
ПК-11	способность и предрасположенностью к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризовать научные достижения
ПК-12	способностью к проведению методических экспертных работ в области математики

### 4.2. Вид выпускной квалификационной работы

Выпускная квалификационная работа выполняется в виде *магистерской диссертации*.

### 4.3. Структура выпускной квалификационной работы, требования к ее

оформлению, порядок выполнения и представления на государственную аттестационную, а также порядок защиты ВКР определяются локальными актами университета.

#### **4.4. Примерная тематика выпускных квалификационных работ:**

1. Модели оценки эффективности инвестиционных проектов.
2. Об одной математической модели развития многоотраслевой экономики.
3. Исследование и анализ инвестиционной привлекательности регионов Российской Федерации.
4. Исследование динамической модели развития региона.
5. Построение и исследование динамической модели рынка труда.
6. Исследование математической модели циклического развития многосекторной экономической системы при наличии уравнения связи.
7. Математическая модель экономической системы с функционалом качества.
8. Функционально-стоимостной анализ деятельности персонала малого предприятия.
9. Математическое моделирование процессов формирования инвестиционного портфеля и его управления.
10. Исследование и анализ условий для развития малого предпринимательства в Российской Федерации.
11. Построение математической модели деятельности предприятия.
12. Построение модели продаж товара (на примере конкретного товара).
13. Исследование инфляционных процессов методом анализа временных рядов.
14. Построение моделей учетных цен обезличенных металлических счетов.
15. Применение вейвлет анализа для исследования экономических временных рядов.
16. Использование статистики запросов поисковых тем для прогнозирования уровня безработицы.
17. Модели потребительских предпочтений с субъективными ожиданиями.
18. Игровые модели в принятии экономических решений.
19. Построение модели эффективного управления коллективом.
20. Математическое моделирование процесса формирования команды на предприятиях
21. Моделирование инвестиционного портфеля физического лица.
22. Моделирование производственных функций и оценка региональных эффектов.
23. Задача формирования потребительских предпочтений.
24. Моделирование демографических процессов.
25. Панельный анализ региональных экономических показателей.
26. Преподавание темы: «Экстремумы функций и их приложения в экономике».
27. Преподавание темы: «Дифференциальные уравнения и их приложения в экономике».
28. Преподавание дисциплины «Математические методы в экономике».
29. Исследование производственных потенциалов регионов Российской Федерации.
30. Исследование трёхфакторной модели макроэкономики.

**4.5. Критерии выставления оценок (соответствия уровня подготовки выпускника требованиям ФГОС ВО) на основе выполнения и защиты выпускной квалификационной работы.**

При подготовке и защите ВКР выпускники должны, опираясь на полученные знания, умения и владения, показать способность самостоятельно решать задачи профессиональной деятельности, излагать информацию, аргументировать и защищать свою точку зрения.

### Критерии оценки выпускной квалификационной работы

Таблица 3

#### Критерии оценивания результатов ВКР (примерные, возможны модификации)

№	Наименование и описание критериев оценивания	Коды компетенций, проверяемых с помощью критерия
<b>Раздел 1. Критерии оценивания выполнения ВКР</b>		
1.	<b>Обоснованность выбора темы, точность формулировок цели и задач, других методологических компонентов ВКР</b> обоснованность выбора темы, точность формулировок цели и задач работы; актуальность и полнота раскрытия заявленной темы; соответствие названия работы, заявленных цели и задач содержанию работы.	ОК-1, 3, ОПК-1, 2, 4, ПК-1, 6, 10,11, 12
2.	<b>Логичность и структурированность текста работы</b> логика написания и наличие всех структурных частей работы; качество обзора литературы по теме исследования; качество представления эмпирического материала; взаимосвязь между структурными частями работы, теоретическим и практическим содержанием; полнота и актуальность списка литературы.	ОК-1, 3, ОПК-1, 2, 4, ПК-1, 3, 5, 6, 10,11, 12
3.	<b>Качество анализа и решения поставленных задач</b> умение сформулировать и грамотно изложить задачи ВКР и предложить варианты ее решения; полнота реализации задач.	ОК-1, 2, 3, ОПК-1, 2, 3,4, 5 ПК-1, 2, 3, 4, 5, 6, 10,11, 12
4.	<b>Качество и адекватность подбора используемого инструментария, анализа и интерпретации полученных эмпирических данных</b> Соответствие инструментария целям и задачам исследования; умение описывать результаты, их анализировать, интерпретировать, делать выводы;	ОК-1, 2, 3, ОПК-1, 2, 3,4, 5 ПК-1, 2, 3, 4, 5, 6, 10,11, 12
5.	<b>Исследовательский характер ВКР</b> самостоятельный подход к решению поставленной проблемы/задачи; разработка собственного подхода к решению поставленной стандартной/нестандартной задачи.	ОК-1, 2, 3, ОПК-1, 2, 3,4, 5 ПК-1, 2, 3, 4, 5, 6, 10,11, 12
6.	<b>Практическая направленность ВКР</b> связь теоретических положений, рассматриваемых в работе, с международной и/или российской практикой; разработка практических рекомендаций, возможность использовать результаты в профессиональной деятельности.	ОК-1, 2, 3, ОПК-1, 2, 3, 4, 5 ПК-1, 2, 3, 4, 5, 6, 10,11, 12
7.	<b>Качество оформления работы</b> Соответствие качества оформления ВКР требованиям, изложенным в локальных нормативных актах университета (требования к шрифту, размеру полей, правильное оформление отдельных элементов текста - абзацев текста, заголовков, формул, таблиц, рисунков - и ссылок на них; соблюдение уровней заголовков и под-	ОК-2 ОПК-4, 5 ПК-3, 10, 11

	заголовков; наличие в тексте ссылок на работы и источники, указанные в списке литературы и др.)	
<b>Раздел 2. Критерии оценивания защиты ВКР</b>		
1.	<b>Качество доклада по выполненному исследованию</b> умение представить работу, изложив в ограниченное время основные задачи и полученные результаты.	ОПК-4, 5 ПК-3, 10, 11
2.	<b>Полнота и точность ответов на вопросы</b> Соответствие содержания ответа заданному вопросу, использование в ответе ссылок на научную литературу, статистические данные, практическую значимость и др.	ОК-2 ОПК-4, 5 ПК-3, 10, 11
3.	<b>Презентация работы</b> Качество электронной презентации результатов ВКР. Умение визуализировать основное содержание работы, отражать в виде логических схем главное в содержании текста, иллюстрировать полученные результаты.	ОК-2 ОПК-3, 4, 5 ПК-3, 10, 11

Оценка ВКР осуществляется в два этапа.

### *Этап 1.* Предварительное оценивание ВКР.

Предварительное оценивание ВКР осуществляется на основе

- отзыва научного руководителя о работе обучающегося в период подготовки выпускной квалификационной работы;
- рецензии на ВКР (для магистерских диссертаций);
- справки о результатах проверки на объем неправомерных заимствований.

Предварительное дифференцированное оценивание осуществляется рецензентом. Рецензент по итогам анализа ВКР оформляет рецензию, в которой, основываясь на критериях, указанных в разделе 1. таблицы 3, выставляет оценку:

- Оценка **«отлично»** – требования по всем критериям соблюдены полностью;
- Оценка **«хорошо»** – требования соблюдены практически по всем критериям, но имеются некоторые замечания;
- Оценка **«удовлетворительно»** – требования по критериям соблюдены не полностью;
- **«Оценка неудовлетворительно»** – требования по большинству критериев не соблюдены.

Требования к оригинальности текста при проверке на объем заимствования:

- Магистерская диссертация – не менее 70%;

## *Этап 2.* Оценка ВКР государственной экзаменационной комиссией (ГЭК).

Общую оценку за выпускную квалификационную работу выводят члены ГЭК на коллегиальной основе с учетом соответствия содержания заявленной теме, глубины ее раскрытия, соответствия оформления принятым стандартам, проявленной во время защиты способности выпускника продемонстрировать собственное видение проблемы и умение мотивированно его отстаивать, владения теоретическим материалом, способности грамотно его излагать и аргументированно отвечать на поставленные вопросы, основываясь на критериях, указанных в разделе 1 (критерии оценивания выполнения ВКР) и разделе 2 (критерии оценивания защиты ВКР) таблицы 3.

ГЭК выставляет единую оценку, согласованную всеми членами комиссии, по 4 уровням.

Критерии выставления оценок:

– Оценка **«отлично»** выставляется, если выпускник выполнил ВКР в соответствии со всеми требованиями; правильно сформулированы цели, задачи исследования; в тексте и докладе показаны глубокие и прочные знания по теме исследования; правильно применены теоретические положения при анализе и интерпретации эмпирического материала; при ответе на вопросы комиссии продемонстрировал исчерпывающее, последовательное и логически стройное изложение; ВКР обладает научной новизной (для магистерской диссертации) и/или имеет практическое значение;

– Оценка **«хорошо»** выставляется, если выпускник обладает достаточно полным знанием материала по теме исследования; его ответ представляет грамотное изложение материала по существу избранной темы; отсутствуют существенные неточности в ответах на вопросы; правильно применены теоретические положения при анализе и интерпретации эмпирического материала; сделан логичный вывод; работа имеет практическое значение.

– Оценка **«удовлетворительно»** выставляется, если выпускник имеет общие знания основного материала ВКР без усвоения некоторых существенных положений; формулирует основные понятия с некоторой неточностью; затрудняется в приведении примеров, подтверждающих теоретические положения; анализ эмпирического материала сводится к его описанию; при помощи наводящих вопросов ответы на вопросы комиссии доводятся до конца.

– Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется, если выпускник не раскрыл содержание заявленной темы ВКР; допустил существенные ошибки в процессе изложения аналитической и эмпирической составляющих ВКР; не умеет выделить главное, интерпретировать полученные результаты и

сделать вывод; ни один вопрос, заданный комиссией, не рассмотрен до конца, наводящие вопросы не помогают.

Оценки по защите выпускных квалификационных работ выставляются членами ГЭК на закрытом заседании и объявляются выпускникам в день защиты ВКР после подписания соответствующего протокола заседания комиссии.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина»

Факультет/институт \_\_\_\_\_

Кафедра \_\_\_\_\_

Выпускная квалификационная  
работа допущена к защите  
заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_  
ФИО  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Выпускная квалификационная работа  
(магистерская диссертация)

\_\_\_\_\_  
(название темы ВКР без кавычек)

Уровень высшего образования *магистратура*

Направление подготовки \_\_\_\_\_ (код и название)

Направленность (профиль) \_\_\_\_\_ (название)

Выполнил обучающийся гр. (№ группы) \_\_\_\_\_ (Фамилия, Имя,  
Отчество полностью)

Научный руководитель \_\_\_\_\_ (ученая степень, звание, Фамилия И.О.)

Научный консультант \_\_\_\_\_ (ученая степень, звание, Фамилия И.О.)  
(при наличии)

Рецензент \_\_\_\_\_ (ученая степень, звание, Фамилия И.О.)

Рязань 2018